

# 液体食品の充填製造プロセスにおける 流動操作条件の最適化

2017年3月

徳島大学大学院 先端技術科学教育部  
知的力学システム工学専攻  
機械創造システム工学コース

松本 憲治

## 目次

第1章 緒言	1
1.1 紙容器入り牛乳について	
1.2 屋根型紙容器成型充填機	
1.3 研究の目的	
1.4 本論文の構成	
第2章 牛乳の物性値	7
2.1 過去の文献	
2.2 牛乳の物性値の測定	
第3章 数値解析方法	9
3.1 解析系	
3.2 気液2相流の解析方法	
3.3 支配方程式	
3.4 計算方法の詳細	
3.5 計算格子の設定	
3.6 interFoam の改良について	
第4章 2次元数値解析	37
4.1 計算格子サイズの影響	
4.2 非ニュートン性の影響	
4.3 押し上げ・押し下げ動作の効果	
4.4 充填能力の影響	
4.5 2次元数値解析まとめ	
第5章 3次元数値解析	64
5.1 計算格子サイズの影響	
5.2 押し上げ・押し下げ動作の効果	
5.3 充填能力の影響	
5.4 3次元数値解析まとめ	
第6章 流入速度分布の影響	82
6.1 凹型と凸型の比較	
6.2 凸型の大きさの比較	

6.3 高能力化の可能性

6.4 流入速度分布の影響のまとめ

第7章 結言 . . . . . 105

参考文献

謝辞

付録 ソースコードの変更

付録1 Carreau-Yasuda モデルの追加

付録2 interDyMSloshFoam ソルバーの作成

## 第1章 緒言

### 1.1 紙容器入り牛乳について

現在、さまざまな液体食品が包装容器を用いて流通・販売されており、包装容器によって液体食品の品質と安全性を保ちつつ、取り扱いの利便性を向上させることが必要となっている。また、多様化するライフスタイルに合わせた商品開発にも、包装容器の果たす役割は大きい。包装容器入り液体食品の充填製造技術は、食生活を豊かにするためにはなくてはならないものと言える。本研究では、液体食品の中でも日常的に最もなじみ深い、紙容器に充填された牛乳の製造技術に注目した。

日本の生乳(搾ったままの牛の乳)の生産量は年間約 750 万 t であり<sup>[1]</sup>、そのうちの約 1/2 が牛乳や加工乳、乳飲料として消費され、残りはバター、チーズ、生クリームなどの乳製品の生産に使用される。消費者向けに牛乳が充填される包装容器は、1970 年頃までは 180 – 200 mL ガラス瓶が主流であったが、その後三角錐型の紙容器となり、現在では 500 – 1,000 mL 用の屋根型紙容器(ゲートルップ)と、それより小容量用のレンガ型紙容器(ブリック)が多く使われている。

液体食品容器としては、従来から金属缶やガラス瓶、プラスチック容器などがあるが、紙容器はこれらに比べて製造コストが低く、容器単体では折りたたんだ状態で輸送できることから輸送コストが安価であることもメリットである。一方で紙容器のデメリットとしては、中身が見えないことや、長期保存できないこと、炭酸飲料には不向きであることなどがあげられ、これらの用途には紙容器以外が用いられている。しかし、保存期間を延ばすために紙断面に浸透防止加工を施したり、口栓の付加により再封を可能とするなど、機能を追加することで利用範囲を広げる工夫もなされている。紙容器の液体食品容器としての歴史は比較的浅いものの、紙容器に充填された液体食品は牛乳などの乳飲料だけでなく、ジュース、コーヒー、日本酒、醤油、お茶などさまざまな種類が流通している。

さらに、紙容器は環境負荷の低い容器である。紙容器に使用されるパルプは、建材として使われる北欧や北米の針葉樹の端材が原料であり、伐採後に植林されることで再生産可能な資源である。また、紙容器自体も古紙としてリサイクルされており、2014 年度のアルミ無し紙容器の日本国内での回収率は、使用済み紙容器で 35.7%、紙容器メーカーと飲料メーカーからの損紙・古紙を含めると 44.7% となっており<sup>[2]</sup>、回収率は年々着実に上昇している。回収された紙容器は、ティッシュペーパーなどの家庭用衛生紙に再生される。アルミ付き紙容器においても、回収可能とする自治体の増加や、バリアフィルムの改良によってノンアルミ紙容器への変更が進んでおり、今後さらに回収率は増加する見込みである。

このように、紙容器は今後も、液体食品容器として大きな役割を担うことが予想されている容器である。

## 1.2 屋根型紙容器成型充填機

図 1.2-1 に代表的な屋根型紙容器成型充填機を示す。成型充填機での紙容器入り牛乳の製造工程は、紙容器底部成形過程、牛乳充填過程、紙容器上部加熱圧着シール過程に大別される。紙容器はロール紙からカットして筒状に成形し折りたたんだ状態で、図 1.2-1 の左手前側から供給される。底部成形過程では、この筒状の紙容器の底部の成形を行う。底部を成形した紙容器は、搬送コンベアによって牛乳充填過程と上部加熱圧着シール過程を経て、図 1.2-1 の右奥側の排出部から製品として排出される。

図 1.2-2 に牛乳充填過程と紙容器上部シール過程の概略図を示す。牛乳充填過程は大別して、牛乳導入部と牛乳充填部からなる。牛乳導入部では、充填ピストンを上下させることで、充填タンクに溜められた牛乳を 2 箇所逆止弁を通して充填ノズルへと導入する。牛乳充填部では、移動と停止を繰り返す搬送動作で、空の紙容器を固定された牛乳充填ノズルの下まで搬送し、充填ノズルの下で停止した時に紙容器をノズル先端付近まで押し上げた後、紙容器を押し下げながら牛乳の充填を行う。充填終了時には、紙容器は元の位置にある。図 1.2-2 の赤い長方形で囲んだ部分は、1.3 節で説明する本研究での数値解析対象である。

充填終了と同時に、紙容器を上部加熱圧着シール過程に搬送するための搬送動作が始まる。上部加熱圧着シール過程では、紙容器上部の内面(トップシール面)を熱風で加熱し、内面にコーティングされたポリエチレンフィルムを溶かす。次の停止時にこの部分を両側から加圧することでポリエチレンフィルムを溶着し、紙容器上部のシールを行う。充填時及びその後の搬送時に、牛乳の液跳ねや泡立ちが発生して牛乳が上部のトップシール面に付着すると、加圧してもポリエチレンフィルムが溶着せず、シール不良が発生するおそれがある。



図 1.2-1 屋根型紙容器成型充填機

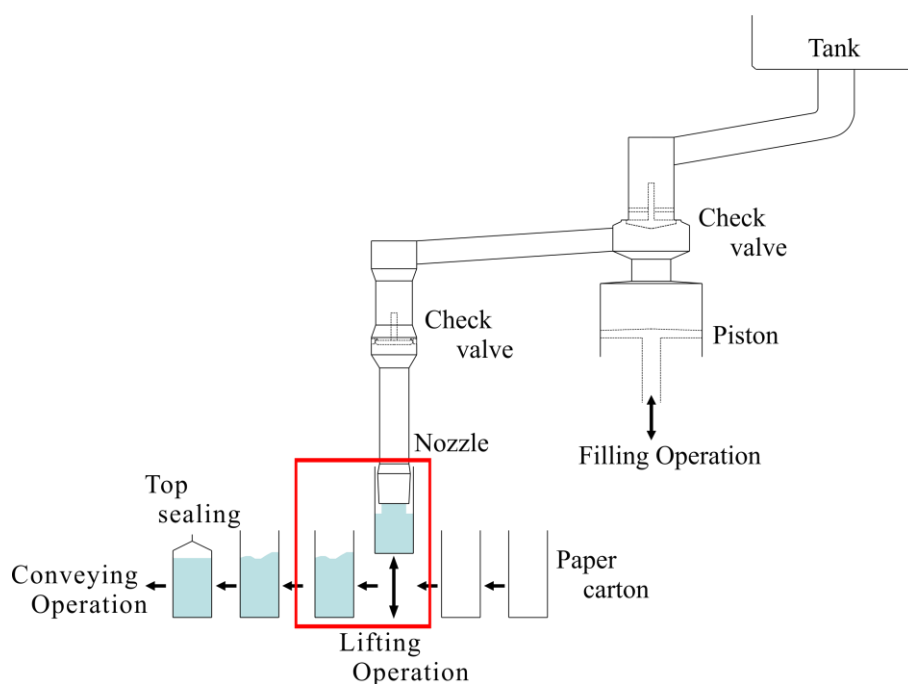


図 1.2-2 牛乳充填過程と紙容器上部シール過程

### 1.3 研究の目的

牛乳充填過程における問題は牛乳の液跳ねや泡立ちが発生することであり、これらにより牛乳が紙容器上部のトップシール面に付着すると、紙容器上部シール過程におけるシール不良の原因となり、輸送時の液漏れにつながる。よって、液跳ねや泡立ちを防止しつつも、生産性を落とさない操作条件にて製造する必要がある。高い生産能力で安定した液体充填技術を確認するためには、明確な物理的考察に基づいて操作条件を検討することが求められるが、操作条件の選定は実験的に試行錯誤で行っているのが現状である。実験では、室温などの実験環境の違いや牛乳の固体差により牛乳の物性値が微妙に異なるために、同じ操作条件でも異なる挙動を示すことがあり、充填状態の再現が難しい場合によく遭遇する。また、牛乳充填過程の流動ダイナミクスは時間スケールが非常に短いことや、後に述べる牛乳の持つ非ニュートン性を考慮すると、数値流体力学(CFD)による操作条件の検討が有効であると考えられる。

そこで、液体食品の充填過程において CFD を利用した文献について調査した。近年は食品業界においても CFD の利用が進んでおり、食品のさまざまな処理過程への CFD の応用結果が報告されている。Sun (2007)<sup>[3]</sup>は、食品製造流過程における CFD 利用の文献を書籍にまとめており、対象は冷凍トラック、商品棚、プレート熱交換器、食品の噴霧乾燥、電子レンジ加熱、ジェットオーブン、押し出し成形、食品の高圧処理、混合と結晶化、洗浄作業、バイオセンサーなど多岐にわたる。同様に、Anandharamakrishnan (2013)<sup>[4]</sup>は、食品の噴霧乾燥、缶詰の熱処理、製パン機、人間の胃内での消化流動過程、食品の高圧処理、噴霧凍結処

理, ジェットオープン, 製粉機に関する多数の著者の文献を書籍にまとめた. また, Norton and Sun (2006)<sup>[5]</sup>はレビュー論文で, 主な商用流体数値解析ソフトの特徴, 運用コストと食品業界での利用状況についてまとめた. 利用例としては, 工場内や冷凍倉庫内の換気, 攪拌タンク, 殺菌処理の熱伝達, 展示ケースのエアバリア, 乾燥チャンバーの設計, 噴霧乾燥処理などをあげた. 同様に Kaushal and Sharma (2012)<sup>[6]</sup>は食品製造過程への CFD の応用に関するレビュー論文で, タンクや送液ラインの洗浄, 乾燥, 殺菌, 混合, 焼き, 冷凍, 加熱などの工程に CFD を利用した多数の論文をピックアップし, CFD を用いることの利点をまとめた. しかしながら, これらの書籍及びレビュー論文にあげられた文献には, 液体充填過程への CFD 利用に関する文献は見当たらなかった. わずかに見つかった液体充填に関する文献として, Bottani *et al.* (2007)<sup>[7]</sup>は, 低脂肪ヨーグルトをボトルに充填するノズル内のバルブ周りの数値解析を行った. 低脂肪ヨーグルトの shear-thinning 性をべき乗則による粘度モデルで表し, 解析には商用の有限体積法による汎用物理シミュレーションソフト COMSOL Multiphysics を使用した. 充填過程の精度改善のため, バルブの入口と出口での圧力差と, 流速及び充填時間の関係を示した. また, Rahaman *et al.* (2008)<sup>[8]</sup>と Bari and Veale (2012)<sup>[9]</sup>は, ワインを Bag-in-box に充填する充填バルブ周りを, 商用の汎用熱流体解析ソフト FLUENT により解析した. ワインは水とほぼ同じ物性値を持つことから解析対象を 20 °C の水とし, 解析結果の流速, 圧力及び剪断応力の分布から, 現行の設計ではキャビテーションや逆流域が発生することを確認し, これらをなくすための形状変更を行うことによる洗浄性と充填能力の改善を検討した. 以上の液体充填に関する文献では, 解析対象は充填ノズル内部であり, 充填ノズルから吐出された液体については触れられていない.

ここであらためて, 充填過程における紙容器内での牛乳の挙動について考えると, その挙動は以下のように分類できる.

(1) 液体噴流の壁面衝突 (liquid jet impingement)

充填開始時に, 充填ノズルから吐出された牛乳は, 紙容器底面に衝突する.

(2) 気液界面に突入する液体噴流 (plunging liquid jet)

充填動作が進むと, 充填ノズルから吐出された牛乳は気液界面に突入し, 牛乳に気泡が混入する.

(3) 液滴の飛び散り (liquid splash)

衝突時や突入時には, 牛乳が液滴となって飛散する.

(4) 気泡の上昇 (bubble rising)

牛乳中の気泡が上昇することにより, 牛乳の流動や気液界面形状が変化する. 気泡は分裂と合一を繰り返す.

(5) 気液界面の揺れ (sloshing)

充填終了後の搬送動作により, 牛乳の気液界面が揺れる.

これらの挙動は個々がひとつの研究テーマであり, それぞれの挙動について実験及び CFD を用いて詳細に検討された文献が多数見られる. まず, (1) の液体噴流の壁面衝突は,

衝突速度によって主に2つに分類される。衝突速度が高速のものは切削や混合、液体の微粒化に用いられる。これに対し、衝突速度が低速のものは、液体の熱伝導率を利用した冷却を目的とする。牛乳の充填過程では熱伝導は考慮しないものの、充填ノズルからの牛乳の吐出速度は比較的低速であることから、水噴流による冷却をあつかった文献<sup>[10-12]</sup>が参考となる。(2)の気液界面に突入する液体噴流については、垂直噴流の解析に乱流モデルを用いるもの<sup>[13]</sup>、突入時のトロイダル気泡の形成と崩壊を見たもの<sup>[14]</sup>、2段階の空気の巻き込みの特徴を基にするモデルを用いたもの<sup>[15,16]</sup>がある。また、垂直よりも浅い角度で突入する水噴流<sup>[17]</sup>についても扱われている。(3)の液滴の飛び散りについては、ミルククラウンに関して飛び散った薄膜の縁部のレイリー・テイラー不安定性<sup>[18]</sup>や、縁部の2次的な飛び散り<sup>[19]</sup>を扱ったものなどがある。また、砕波現象での巻き波の解析<sup>[20]</sup>もある。(4)の気泡の上昇としては、複数の気泡を扱ったものをあげると、2つの気泡が上昇中に合一する様子を数値解析で再現したもの<sup>[21-23]</sup>がある。また、多数の気泡を扱ったものとして、微小気泡による船舶の摩擦抵抗低減のメカニズム解明<sup>[24]</sup>や、垂直チャンネル乱流内を上昇する気泡の形状変化とボイド率の関係を見たもの<sup>[25]</sup>がある。(5)の気液界面の揺れについては、非常に多くの文献が見られるが、これらは書籍<sup>[26,27]</sup>によくまとめられている。

充填過程を研究対象とする難しさは、これらすべての挙動が複合的に発生しており、相互に影響を及ぼしあっていることである。充填過程を扱った文献がない理由はここにある。本研究では、この難しさを考慮の上で、牛乳充填過程における紙容器内での牛乳の流動ダイナミクスを、数値解析によって再現することを試みた。解析対象は図 1.2-2 の赤い長方形で囲んだ部分で、紙容器の押上げ・押下げとともに充填を行うセクションと、それに続く紙容器上部シール過程までの搬送セクションである。解析結果を詳細に検討することで、牛乳充填時における流動状態の特徴を把握し、流動メカニズムの詳細を解明することが可能となる。さらに、数値解析上で操作条件などを変えることにより、トップシール面への液跳ねを防ぎつつ生産能力の高い操作条件の選定を行うことを目的とする。

#### 1.4 本論文の構成

本論文は全7章で構成されている。これらの概略について示す。

##### 第1章 緒言

第1章では、本研究の背景と目的を述べた。

##### 第2章 牛乳の物性値

第2章では、牛乳の物性値に関する従来の文献を整理し、測定に関する問題点を指摘した上で、最新の測定器を用いた牛乳の物性値の測定及び数値解析上での取り扱いについて述べた。

##### 第3章 数値解析方法

第3章では、本研究で用いた牛乳充填過程の数値解析手法についてまとめた。解析系と支配方程式及び計算アルゴリズムを詳細に述べた。



#### 第4章 2次元数値解析

第4章では、2次元数値解析を行った。まず牛乳の持つ非ニュートン性の影響について検証した。その後、充填時の紙容器の押上げ・押下げ動作の効果及び充填能力の影響について、考察した。

#### 第5章 3次元数値解析

第5章では、第4章の2次元数値解析を3次元に拡張した。充填時の紙容器の押上げ・押下げ動作の効果及び充填能力の影響について、2次元数値解析と3次元数値解析との比較検討を行った。

#### 第6章 流入速度分布の影響

第5章までの2次元及び3次元数値解析では、実際の充填装置の構造に基づき、充填ノズルからの牛乳の流入(吐出)速度分布を一様流とした。第6章では、この流入速度分布を変えることが充填状態に与える影響について、3次元数値解析にて検討した。

#### 第7章 結言

第7章では、本研究の成果をまとめた。

## 第2章 牛乳の物性値

### 2.1 過去の文献

牛乳の流動解析を行う上で考慮すべき重要な要素は、牛乳の粘度特性である。牛乳の粘度特性について、Yanes *et al.* (2002)<sup>[28]</sup>は、剪断速度や温度といった測定条件や使用された粘度計の種類(粘度の測定原理)の違いにより、異なる研究者によって、ニュートン流体、Shear-thinning 流体及び Bingham 流体に分類されていることを指摘している。たとえば、Fernández-Martín (1972)<sup>[29]</sup>は、僅かな Shear-thinning 性を示すが、ほぼニュートン流体として振舞うとし、温度上昇と全固形分の低下とともに Shear-thinning 性は減少すると報告した。一方で、Wayne and Shoemaker (1988)<sup>[30]</sup>は、25 °Cの牛乳を測定し、 $\dot{\gamma}$  (剪断速度) = 121–486 s<sup>-1</sup> の範囲で僅かな Shear-thinning 性があると報告した。Rohm *et al.* (1996)<sup>[31]</sup>は、10–40 °Cの牛乳を  $\dot{\gamma} = 1–1,500$  s<sup>-1</sup> の範囲で測定し、有意な Shear-thinning 特性を確認した。さらに、粘度特性をべき乗則モデルでフィッティングすることで、粘度減少勾配が  $n \approx 0.75–0.80$  となることを得た。Shin and Keum (2003)<sup>[32]</sup>も、室温の牛乳は  $\dot{\gamma} = 1–1,000$  s<sup>-1</sup> の範囲で Shear-thinning 性を有することを示した。このように既往の物性報告では、研究者によって牛乳の物性評価にばらつきがある。これは牛乳自体の個体差もあるが、非ニュートン流体の正確な粘度評価を行うためには高精度の測定器を用いる必要があることや、広範囲の剪断速度に対して粘度測定が行われていないことも大きな要因であると考えられる。

牛乳に限らず、流動性食品は一般的に非ニュートン特性を持つものが多いことが知られているが、Norton and Sun (2006)<sup>[5]</sup>のレビュー論文からわかるように、非ニュートン性を考慮した流動解析はいまだ少ないのが現状である。本研究では、牛乳のレオロジー特性を慎重かつ正確に評価した上で、実際の操作条件を用いて牛乳充填過程の流動解析を実施する。

### 2.2 牛乳の物性値の測定

市販されている牛乳を用いて、牛乳のレオロジー特性をレオメーター(Haake, RS-600)により 4 °Cにて測定した。4 °Cは充填時の牛乳の温度である。図 2.2-1 に牛乳の粘度( $\eta_L$ )と第1法線応力差( $N_1$ )の剪断速度( $\dot{\gamma}$ )依存性を示す。図中、赤丸が粘度の実測値、青丸が  $N_1$  の実測値である。

図 2.2-1 から、市販の牛乳は  $\dot{\gamma}$  の増加とともに粘度が減少する Shear-thinning 性を持つ非ニュートン流体であることがわかる。また、 $N_1$  の大きさ及び  $\dot{\gamma}$  依存性から、弾性特性は非常に小さいと言える。このことから、牛乳は純粘性非ニュートン流体として扱うことが可能であると判断できる。図中の実線は、次式で表される Carreau-Yasuda モデル(Yasuda *et al.* (1981)<sup>[33]</sup>)によりフィッティングしたモデル線である。

$$\eta_L = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) [1 + (b \cdot \dot{\gamma})^a]^{(n-1)/a} \quad (2-1)$$

ここで、 $\eta_{\infty}$ ：無限剪断速度粘度， $\eta_0$ ：ゼロ剪断速度粘度， $a$ ：Yasuda 係数， $b$ ：特性時間， $n$ ：べき乗則指数である．このモデルにより，Shear-thinning 流体の特徴である，剪断速度が増加すると粘度がゼロ剪断速度粘度から無限剪断速度粘度へとべき乗則的に減少する特徴を，うまく表すことが可能となる．Yasuda 係数は粘度が減少し始める部分の曲率を，特性時間の逆数は粘度減少を始める剪断速度を，べき乗則指数は減少部分の傾きを決めるモデルパラメータである．牛乳の実測粘度にフィッティングすることで決定されたモデルパラメータの値は， $\eta_{\infty} = 0.0029 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $\eta_0 = 0.75 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ， $a = 1.8$ ， $b = 55.6 \text{ s}$ ， $n = 0.38$  である．

本研究では，その他の流体物性値として牛乳の密度( $\rho_L$ )，表面張力( $\sigma$ )及び紙容器壁面での静的接触角( $\theta$ )も実測した． $\rho_L$ は密度計(京都電子工業(株)，DA-110)により測定した． $\sigma$ は滴重法により評価し，補正係数には Lee *et al.* (2008)<sup>[34]</sup>の式を用いた． $\theta$ は実際の紙容器上に液滴を設置し，実体顕微鏡(Nikon Corp., SMZ1000，対物レンズ Plan Apo 0.5x)で写真撮影した結果から接線法により評価した．得られたこれらの物性値は， $\rho_L = 1035.8 \text{ kg/m}^3$ ， $\sigma = 0.057 \text{ N/m}$ ， $\theta = 61.6^\circ$  である．

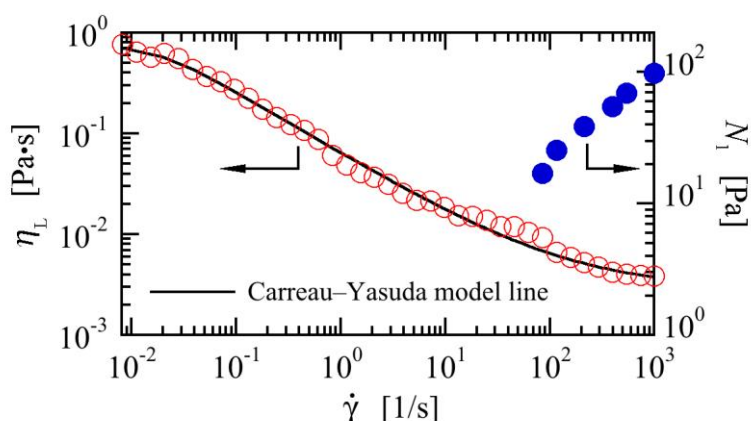


図 2.2-1 牛乳のレオロジー特性

## 第3章 数値解析方法

### 3.1 解析系

本研究で用いた解析系についてまとめる。解析対象は図 1.2-2 の赤い長方形で囲んだ部分で、紙容器の押上げ・押下げとともに充填を行うセクションと、それに続く紙容器上部シール過程までの搬送セクションである。第 4 章では 2 次元数値解析、第 5, 6 章では 3 次元数値解析を行った。

まず、図 3.1-1 に充填・押上・搬送の動作曲線の概略図を示す。充填動作曲線(赤色)は、充填ピストンの垂直方向位置( $Z$ )の時間変化を表す。押上動作曲線(青色)は紙容器の垂直方向位置( $Y$ )の時間変化であり、紙容器の押上げ・押下げ動作を表す。搬送動作曲線(緑色)は、牛乳充填後の紙容器の水平方向位置( $X$ )の時間変化を表す。本研究で対象とする充填装置は、1,000 mL の屋根型紙容器へ牛乳を 1 ノズル当たり 1 時間に 3,500 本充填する。すなわち、1 サイクル 1.03 s で 1 本の牛乳を充填することになる。1 つの紙容器の動きに注目すると、1 サイクル目で牛乳が充填され、2 サイクル目以降は紙容器上部シール過程までへの搬送動作となるが、次に充填されている紙容器の動きに合わせて、搬送動作中は移動と停止を繰り返す。充填(押下げ)時間は約 0.6 s である。これを図 3.1-1 には標準条件(Standard condition)として示した。なお、条件 1(Condition 1)及び条件 2(Condition 2)については、充填能力検討時の条件であり、後で説明する。充填ノズルからの牛乳の吐出速度は、充填動作曲線を時間について 1 階微分した値に比例し、標準条件での吐出速度( $V$ )は、 $t=0.40$  s(充填開始)で  $V=0$  m/s、 $t=0.70$  s 付近で最大速度( $V_{\max}=1.36$  m/s)に達した後、 $t=1.00$  s 付近(充填終了)で再び  $V=0$  m/s となる。

第 4 章で用いた 2 次元の数値解析系を図 3.1-2 に示す。図 3.1-2 の (a) は解析領域全体であり、屋根型紙容器(70 mm × 252 mm)とその上部の充填ノズル周辺を含んだ領域(70 mm × 313.5 mm)とした。境界条件については、解析領域上面を大気開放とし、気相と液相の流入及び流出が可能とした。紙容器壁面と紙容器底面はすべりなし条件で、速度は紙容器の押上げ・押下げ動作速度、圧力は勾配 0 とし、静的接触角( $\theta=61.6^\circ$ )を設定した。ノズル壁面もすべりなし条件で、速度は 0、圧力は勾配 0、静的接触角は  $90^\circ$ とした。また、充填ノズル先端(Inlet)での牛乳流入速度は、実際の充填動作で使用される制御値を用いた。ノズル先端流入部の大きさは 48 mm で、ノズル先端には流入速度分布を一様とするために 1 mm 以下のピッチの金網を複数枚重ねてあることから、第 4 章の数値解析ではノズル先端での流入速度分布を常に一様とした。牛乳の充填は、図 1.2-2 に示したように固定された充填ノズルに紙容器を押上げて近づけ、押下げ動作時にノズルから牛乳を流入することで行われる。本研究の解析では、実際の充填過程を忠実に再現した。初期状態の図 3.1-2 の (a) では、inlet より下の計算領域は正方形格子により離散化する。ノズル部の左右の空間については、ノズル形状に沿った矩形格子を設定する。紙容器の押上げが始まると、格子分割数(総格子数)は維持したままダイナミックに計算領域を分割する。すなわち、格子分割数を維持したまま計算

領域を上方向に圧縮することになり、正方形格子は横長の長方形格子となる。ただし、紙容器の押し上げ過程では牛乳は流入されておらず、紙容器を上昇させる操作をしているのみである。図 3.1-2 の(b) では紙容器の押し上げが終了し、紙容器底面は最も高い位置(水平面から 220 mm)にある。その後、紙容器を押下げながら牛乳の充填を行うが、押下げ時は押し上げ時とは逆に、横長の長方形格子を下方向に伸長することで紙容器底面を下降させる。押下げが終了すると同時に充填も終了しており、計算格子は初期状態と同じ正方形格子となる。この解析領域は、図 3.1-2 の(c) となる。充填終了と同時に紙容器の搬送が始まるために、充填ノズルと紙容器の位置関係は水平方向にずれることになる。本研究では搬送中の牛乳の流動ダイナミクスも評価するために、充填終了以降(2 サイクル目以降)は、ノズル周辺領域を取り除いた図 3.1-2 の(d) に示す紙容器だけを考えた。

次に、第 5, 6 章で用いた 3 次元の数値解析系を図 3.1-3 に示す。基本的には 2 次元の図 3.1-2 と同じであり、図 3.1-3 の(a)–(d) は図 3.1-2 の(a)–(d) にそれぞれ対応している。図 3.1-3 の (a) は解析領域全体であり、屋根型紙容器(70 mm (x) × 70 mm (y) × 252 mm (z))とその上部の充填ノズル周辺を含んだ領域(70 mm × 70 mm × 313.5 mm)からなる。境界条件は、2 次元と同じである。図 3.1-3 に示すノズル先端流入部(赤色部)の大きさは 48 mm (x) × 53 mm (y) である。第 5 章の数値解析では、ノズル先端での流入速度分布を常に一様とした。第 6 章では、流入速度分布を変えた数値解析を行った。初期状態の図 3.1-3 の (a) では、充填ノズル先端より下の計算領域は立方体格子により離散化する。ノズル部の左右の空間については、ノズル形状に沿った多面体格子を設定する。紙容器の押し上げが始まると、格子分割数を維持したまま計算領域を上方向に圧縮することになり、2 次元の場合と同様に横長の直方体格子が生成される。図 3.1-3 の(b) では紙容器底面は水平面から 220 mm の位置にあり、押し上げ動作において最も高い位置となる。この後、紙容器を押下げながら牛乳の充填を行う。押下げ時は、横長の直方体格子を下方向に伸長することで紙容器底面を下降させる。押下げ終了時は、図 3.1-3 の(c) となる。これ以降(2 サイクル目以降)は、ノズル周辺領域を取り除いた図 3.1-3 の(d) に示す紙容器領域だけとなる。

実際の計算格子を、図 3.1-4 と図 3.1-5 に示す。計算格子の作成については、3.5 節でまとめる。図 3.1-4 は第 4 章で用いる 2 次元の計算格子で、格子サイズは解析に用いた  $\Delta x = \Delta y = 0.25 \text{ mm}$  である。左図が図 3.1-2 の (a) に相当する全体図で、右図はノズル先端部の拡大図である。同様に、図 3.1-5 は第 5, 6 章で用いる 3 次元の計算格子で、格子サイズは解析に用いた  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1.00 \text{ mm}$  である。左図が全体図で、右図はノズル先端部の拡大図である。

最後に、本研究での 2 次元及び 3 次元数値解析に用いた操作条件を、表 3.1-1 にまとめた。先に述べたように、対象とする充填装置の充填能力は 1 ノズル当たり 3,500 本毎時であり、図 3.1-1 で Standard condition (標準条件)として示したとおり、1 サイクル 1.03 s で 1 本の牛乳の充填を行う。これを標準能力(充填能力 1.0 倍)とする。表 3.1-1 の Case 1 は、標準能力で紙容器の押し上げ・押し下げ動作と搬送動作を与える。Case 2 では、標準能力で紙容器の押し上げ・押し下げ動作を与えるが、搬送動作は与えない。また、Case 3 では、標準能力で紙容器の

押し上げ・押し下げ動作も搬送動作も与えない。さらに、Case 4, Case 5 は充填能力検討時の条件である。Case 4 は標準能力に対し充填能力が 0.8 倍である条件 1(図 3.1-1 の Condition 1) で、紙容器の押し上げ・押し下げ動作を与えるが、搬送動作は与えない。同様に Case 5 は充填能力 1.2 倍である条件 2(図 3.1-1 の Condition 2)で、紙容器の押し上げ・押し下げ動作を与えるが、搬送動作は与えない。

表 3.1-2 に、表 3.1-1 のそれぞれの Case での図 3.1-2, 3 の(a) – (d) に対する時間設定を示す。紙容器の押し上げ・押し下げ動作を与えない Case 3 では、図 3.1-2, 3 の (a) の解析系に固定して計算を行うことになる。Case 4(条件 1)は標準条件の動作曲線をそのまま時間軸方向に  $1/0.8 = 1.25$  倍に伸ばしたもので、Case 5(条件 2)は  $1/1.2 = 0.83$  倍に縮めたものとなる。これより、条件 1 と条件 2 の充填・押し上・搬送の動作速度も、標準条件のそれぞれ 0.8 倍と 1.2 倍となる。

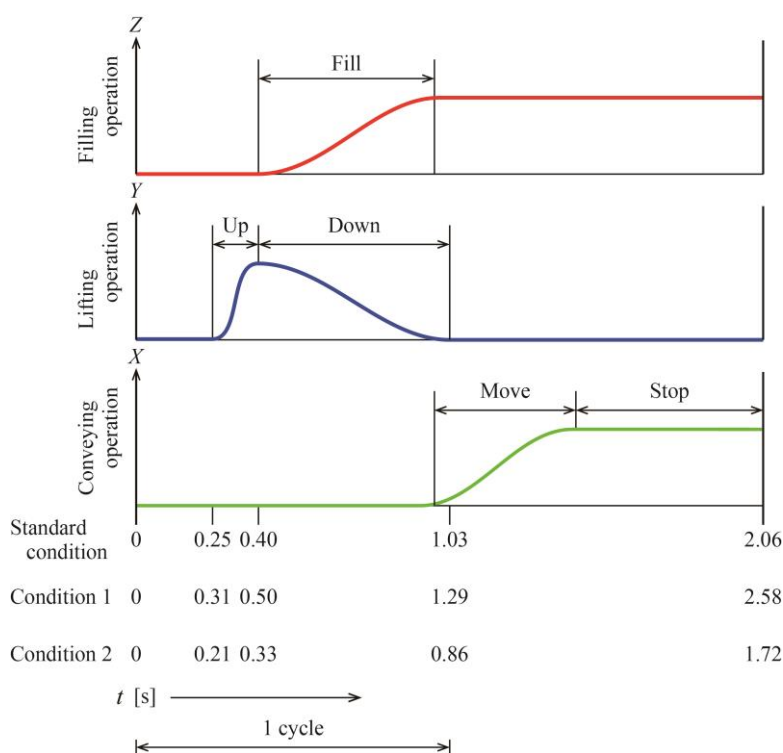


図 3.1-1 充填・押し上・搬送の動作曲線

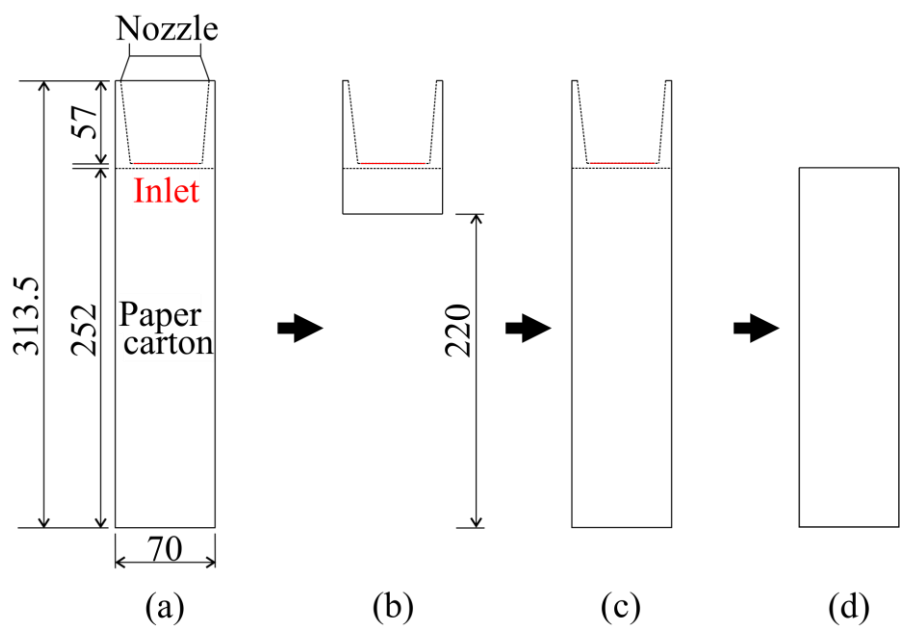


图 3.1-2 2 次元数值解析系

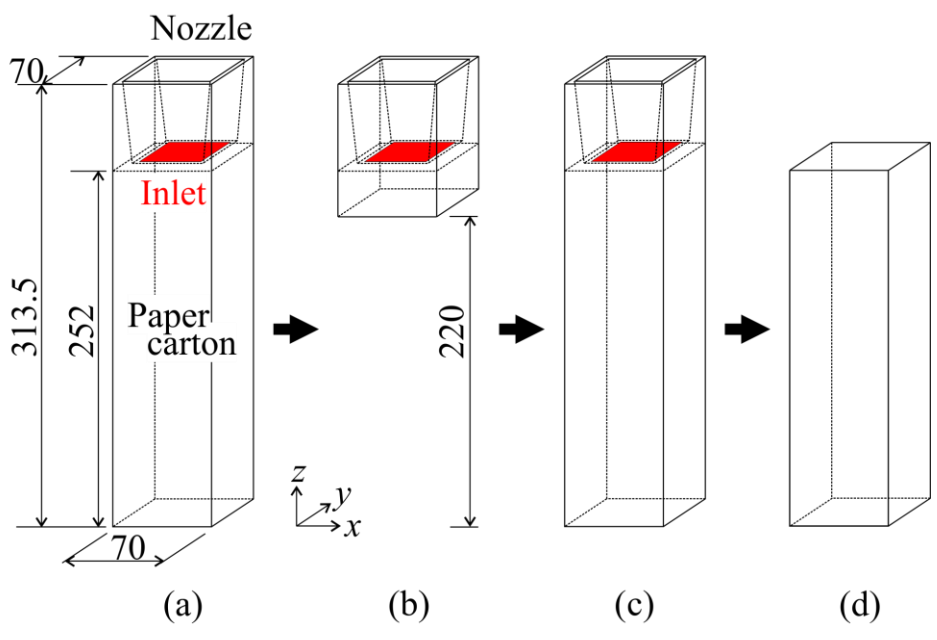
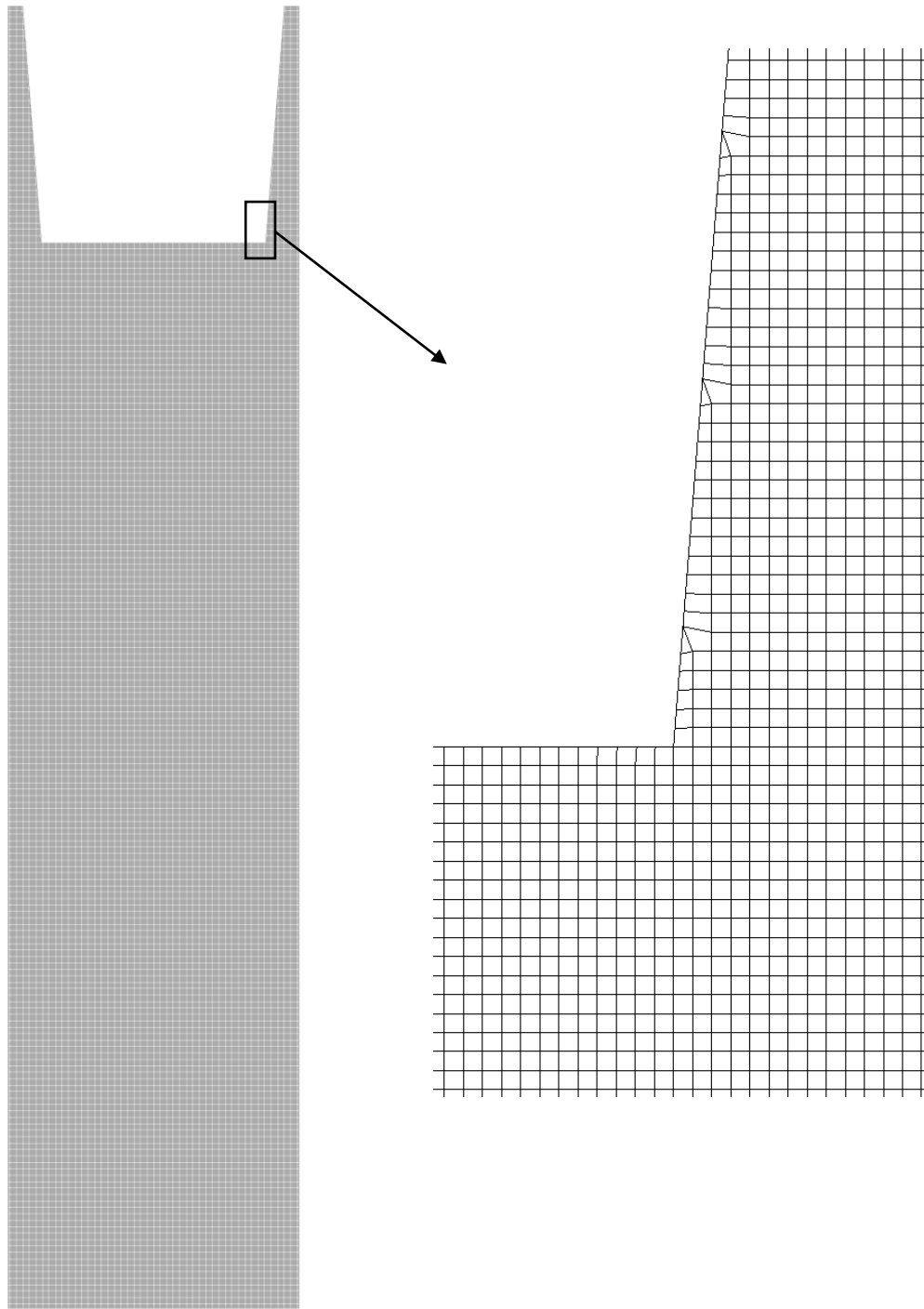


图 3.1-3 3 次元数值解析系

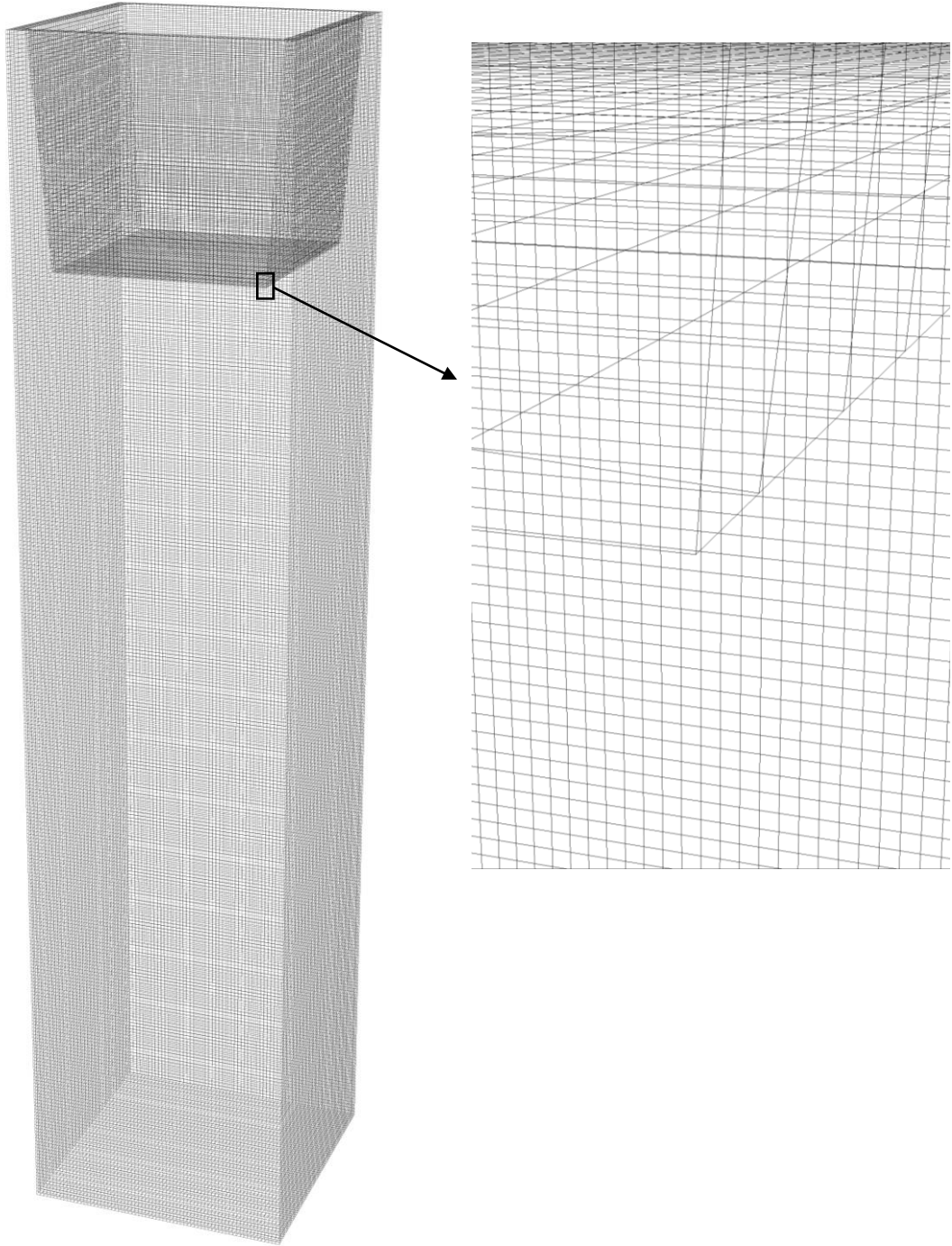


全体図

ノズル先端部の拡大図

図 3.1-4 2次元計算格子





全体図

ノズル先端部の拡大図

図 3.1-5 3次元計算格子

表 3.1-1 操作条件

	充填能力(本/h)	図 3.1-1 での名称	押上・押下動作	搬送動作
Case1	3,500 (標準能力)	Standard Condition (標準条件)	有り	有り
Case2	3,500 (標準能力)	Standard Condition (標準条件)	有り	無し
Case3	3,500 (標準能力)	Standard Condition (標準条件)	無し	無し
Case4	2,800 (標準能力の 0.8 倍)	Condition1 (条件 1)	有り	無し
Case5	4,200 (標準能力の 1.2 倍)	Condition2 (条件 2)	有り	無し

表 3.1-2 図 3.1-2, 3 の (a)–(d) に対する時間設定

	充填能力(本/h)	(a)	(b)	(c)	(d)
Case1	3,500 (標準能力)	$t = 0.00 \text{ s}$	$t = 0.40 \text{ s}$	$t = 1.03 \text{ s}$	$t > 1.03 \text{ s}$
Case2	3,500 (標準能力)	$t = 0.00 \text{ s}$	$t = 0.40 \text{ s}$	$t = 1.03 \text{ s}$	$t > 1.03 \text{ s}$
Case3	3,500 (標準能力)	$t \geq 0.00 \text{ s}$	—	—	—
Case4	2,800 (標準能力の 0.8 倍)	$t = 0.00 \text{ s}$	$t = 0.50 \text{ s}$	$t = 1.29 \text{ s}$	$t > 1.29 \text{ s}$
Case5	4,200 (標準能力の 1.2 倍)	$t = 0.00 \text{ s}$	$t = 0.33 \text{ s}$	$t = 0.86 \text{ s}$	$t > 0.86 \text{ s}$

## 3.2 気液 2 相流の解析方法

牛乳充填過程の紙容器内は、気相(空気)と液相(牛乳)との不混和気液 2 相流であり、数値解析を行うには気液界面の挙動を求める必要がある。この界面挙動の計算方法は、主に次の 3 種類に分けられる。

### (1) 界面捕獲法(Interface Capturing Method)

計算格子を固定とし、計算格子を横切る界面を関数で定義する。この関数の移流を計算することで、界面挙動を求める。界面捕獲法には VOF(Volume of Fluid)法(Hirt and Nichols (1981)<sup>[35]</sup>)、Front-tracking 法(Unverdi and Tryggvason (1992)<sup>[21]</sup>)、Level Set 法(Sussman *et al.* (1994)<sup>[36]</sup>)などがある。界面捕獲法はプログラミングが比較的単純であり、計算も安定している。

### (2) 界面追跡法(Interface Tracking Method)

計算格子を変形させることによって、界面を特定の計算格子の境界として表す。界面追跡法には、BFC(Boundary-Fitted Coordinate)法(Hirt *et al.* (1970)<sup>[37]</sup>)や、ALE(Arbitrary Lagrangian and Eulerian)法(Hirt *et al.* (1974)<sup>[38]</sup>)などがある。界面追跡法は界面捕獲法に比べて一般に精度は高いが、変形によって格子が大きく歪む場合には、計算が不安定となる。また、格子を再構成するためにプログラムは複雑となり、計算コストも大きい。

### (3) メッシュフリー法(Meshfree Method)

メッシュ(計算格子)を設定せず、界面の移動を周囲の近傍点からの近似で求める。メッシュフリー法には、SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法(Lucy (1977)<sup>[39]</sup>)や MPS(Moving Particle Simulation)法(Koshizuka (1996)<sup>[40]</sup>)などの粒子法がある。粒子法では、計算点を Lagrange 的に追跡することから Navier-Stokes 式の移流項が不要となり、数値拡散問題がなくなる。また、計算格子の生成も不要である。しかし、計算精度を高めるには膨大な数の粒子が必要となり、計算コストが大きくなる。

これらの計算手法の中で、最も多く利用されているのが、界面捕獲法の VOF 法である。VOF 法とは、各計算格子内に液相が占める体積率を 0 から 1 の値を持つ VOF 関数で定義し、この VOF 関数の移流方程式を解くことで界面挙動を計算する方法である。VOF 関数が 1 ならその格子内は液相のみ、0 なら気相のみとなり、0 と 1 の間の値なら、その格子内に界面が存在することを表す。VOF 法のメリットは、体積の保存性に優れ、界面が大きく変化しても安定して解けることである。この VOF 法は、界面の再構築を行うものと、再構築を行わないものに分けられる。界面の再構築を行う手法としては、界面勾配を考慮しない SLIC(Simple linear interface calculation)-VOF 法(Noh and Woodward (1976)<sup>[41]</sup>)や、界面の勾配情報を追加した PLIC(Piecewise linear interface calculation)-VOF 法(Yeung (1982)<sup>[42]</sup>, Scardovelli and Zaleski (2000)<sup>[43]</sup>)がある。また、Level-set 法によって高精度に求めた気液界面の法線ベクトルや曲率を界面の再構築に用いる CLSVOF(Coupled Level set and VOF)法(Sussman and Puckett (2000)<sup>[23]</sup>)も提案されている。しかし、3 次元の非構造格子において、体積の保存性を

満たし界面を滑らかにするような再構築アルゴリズムは非常に複雑となる。これに対し、界面の再構築は行わずに VOF 関数の移流方程式を高精度に計算する VOF 法がある。これらは、高解像度スキームによる VOF 法と呼ばれ、HRIC(High Resolution Interface Capturing)法(Muzaferija *et al.*, (1998)<sup>[44]</sup>)や CICSAM(Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes)法(Ubbink and Issa (1999)<sup>[45]</sup>)などがある。商用の流体数値解析ソフトウェアにおいても、界面挙動の計算には主として VOF 法が用いられている。例えば ANSYS 社の CFX や FLUENT では、VOF 法の高解像度スキームとして、CICSAM 法や modified HRIC 法が選択可能である。また、CD-adepco 社の STAR-CCM+でも、HRIC 法が用いられている。

本研究の数値解析には、OpenFOAM(Open source Field Operation And Manipulation)<sup>[46]</sup>を用いた。OpenFOAM とは、C++で開発された有限体積法(Finite Volume Method)による流体数値解析を主としたライブラリ及びソルバー群であり、GNU General Public License (GPL)のもとでオープンソースソフトウェアとして公開されている。現在の OpenFOAM は、OpenFOAM Foundation がリリースする OpenFOAM 正規版、OpenCFD 社がリリースする OpenFOAM+版、wikki 社及び欧米のユーザーを中心としたコミュニティによって開発される OpenFOAM Extend 版などが存在するが、本研究で使用したのは正規版 OpenFOAM Ver. 2.1.x (Ver.2.1.0 のバグフィックス版)である。実際には、正規版 OpenFOAM Ver. 2.1.x を同梱した DEXCS 2012 for OpenFOAM を用いた。DEXCS<sup>[47]</sup>は、オープン CAE(Computer Aided Engineering)の考えをもとに CAE 環境を無料で手軽に入手できることを目的とし、オープンソースの OS に無料で利用できる流体数値解析ソフト、構造解析ソフト、3次元 CADなどをインストールしたワンパッケージ・ソフトウェアで、ブート可能な ISO イメージで提供されている。

具体的には、OpenFOAM の不混和流体の非圧縮・等温 2 相流ソルバーである interFoam に計算格子の移動機能(Dynamic Mesh)が追加された interDyMFoam を用いた。この interFoam の詳細については 3.4 節でまとめるが、気液界面の挙動の計算には、界面の再構築を行わない高解像度スキームの VOF 法を用いている。interFoam の VOF 法アルゴリズムは非常に単純であるため、界面の再構築を行う場合と比較すると計算時間は少なく済む。Gopala and van Wachem (2008)<sup>[48]</sup>と Deshpande *et al.* (2012)<sup>[49]</sup>は、PLIC-VOF 法、CLSVOF 法、CICSAM 法とともに interFoam の VOF 法のバリデーションを行い、interFoam の VOF 法は、体積保存性と界面形状のシャープさについて十分な精度を持つと報告している。

実際、interFoam を用いた研究成果は多数報告されている。例えば、近年の論文としては、Deshpande *et al.* (2012)<sup>[49]</sup>、Costa and Graham (2008)<sup>[50]</sup>、Berberović *et al.* (2009)<sup>[51]</sup>による液体層への液滴あるいは液ジェットの衝突過程の数値解析、Saha and Mitra (2009)<sup>[52]</sup>と Saha *et al.* (2009)<sup>[53]</sup>によるマイクロチャンネル内のキャピラリー流れの数値解析、Ishimoto *et al.* (2010)<sup>[54]</sup>によるノズルから噴出されたガソリンの噴霧挙動の数値解析、Marschall *et al.* (2011)<sup>[55]</sup>の気泡塔内の気液 2 相流れの数値解析、Srinivasan *et al.* (2011)<sup>[56]</sup>の周期的変調を与えた液ジェット挙動の数値解析、Trujillo *et al.* (2011)<sup>[57]</sup>の熱移動を伴う液体層への液滴衝突過程の数値解析、Yang *et al.* (2011)<sup>[58]</sup>の固体障害物を含んだ系での水面波の解析、Jacobsen *et al.*

(2012)<sup>[59]</sup>の水面波の数値解析, Wardle and Weller (2013)<sup>[60]</sup>の液々抽出装置内のさまざまな液々流の解析, Meister *et al.* (2012)<sup>[61]</sup>の PET ボトル内洗浄ノズルの解析がある. また, 非ニュートン流体系の解析も報告されており, Gopala *et al.* (2011)<sup>[62]</sup>は Bingham 流体の 2 相流の数値解析を, Habla *et al.* (2011)<sup>[63]</sup>は粘弾性流体の気液 2 相流の数値解析を, Sharifi and Niazmand (2015)<sup>[64]</sup>は血液の非ニュートン性を考慮した頸動脈内の血流の解析を行っている. このように, interFoam は十分な信頼性を有した解析を可能とする.

本研究では OpenFOAM がオープンソースである利点を生かし, 粘度モデルとして Carreau-Yasuda モデルの追加と, 紙容器の搬送動作を再現するために interDyMFoam ソルバーの Navier-Stokes 式への任意の加速度の追加とを, ソースコードを変更することで行った. ソースコードの変更については, 付録にまとめる.

なお, 本研究では乱流モデルは使用しない. これは, 界面形状の変化が大きい気液 2 相流に対して, 乱流に関する研究が十分に進んでいないためである. また, 本研究の対象系は非ニュートン流体 2 相流となっており, さらに乱流に関する知見の蓄積が十分でない. 非ニュートン流体 2 相流の数値解析では, 乱流モデルの必要性から検討されるべき今後の課題である.

### 3.3 支配方程式

VOF 法に基づいた界面捕獲法による不混和流体の非圧縮・等温 2 相流の支配方程式は, 非圧縮性の連続の式(3-1), Navier-Stokes 式(3-2)及び VOF 関数の移流方程式(3-3)である. 本研究では interFoam のソースコードに合わせて, VOF 関数の記号として  $\alpha$  を用いる.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3-1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\eta(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) - \frac{\sigma \kappa}{\rho} \nabla \alpha + \mathbf{g} \quad (3-2)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \alpha) = 0 \quad (3-3)$$

上式において,  $\mathbf{u}$ : 速度,  $t$ : 時間,  $p$ : 圧力,  $\rho$ : 密度,  $\eta$ : 粘度,  $\sigma$ : 界面張力,  $\kappa$ : 曲率,  $\alpha$ : VOF 関数,  $\mathbf{g}$ : 重力である. また, 式(3-2)中の  $\rho$  及び  $\eta$  は次式で表される.

$$\rho = \rho_L \alpha + \rho_G (1 - \alpha) \quad (3-4)$$

$$\eta = \eta_L \alpha + \eta_G (1 - \alpha) \quad (3-5)$$

ここで  $\rho_G$  と  $\eta_G$  は空気物性である.

### 3.4 計算方法の詳細

interFoam のソースコードを理解することを目的として、計算方法を以下にまとめる。数式の記号は、できる限りソースコードに沿った表現とする。

#### 3.4.1 支配方程式の変形

interFoam では、支配方程式(3-1, 2, 3)を以下のように変形して解く。まず、Navier-Stokes 式(3-2)について考える。式(3-2)の移流項は勾配型であるが、式(3-1)を考慮して次式のように発散型で表す。

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) &= (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \mathbf{u}(\nabla \cdot \mathbf{u}) \\ &= (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}\end{aligned}\quad (3-6)$$

また、式(3-2)の CSF(Continuum Surface Force)モデル(Brackbill *et al.* (1992)<sup>[65]</sup>)による表面張力項において、曲率  $\kappa$  を VOF 関数( $\alpha$ )による次式で表す。 $\kappa$  を負数とすることで、表面張力項の符号が変わる。

$$\kappa = -\nabla \cdot \left( \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \right) \quad (3-7)$$

さらに、応力テンソルによる粘性項を、式(3-1)を用いて次のように変形する。

$$\begin{aligned}\nabla \cdot (\eta(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)) &= \nabla \cdot (\eta \nabla \mathbf{u}) + \nabla \cdot (\eta(\nabla \mathbf{u})^T) \\ &= \nabla \cdot (\eta \nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u}) \cdot \nabla \eta + \eta \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \\ &= \nabla \cdot (\eta \nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u}) \cdot \nabla \eta\end{aligned}\quad (3-8)$$

interFoam は非圧縮流体を扱うが、汎用性のために時間微分項や移流項には密度  $\rho$  を残す。また圧力項について、圧力  $p$  から静圧を引いた次式を用いる。ここで  $\mathbf{h}$  は位置ベクトルである。式(3-9)は、圧力の境界条件を単純化するのに役立つ(Rusche (2002)<sup>[66]</sup>)。

$$p_{_rgh} = p - \rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \quad (3-9)$$

式(3-9)より、次式を得る。

$$\begin{aligned}\nabla p_{_rgh} &= \nabla p - \nabla(\rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{h}) \\ &= \nabla p - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho - \rho \nabla(\mathbf{g} \cdot \mathbf{h}) \\ &= \nabla p - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho - \rho \mathbf{g}\end{aligned}\quad (3-10)$$

以上により、式(3-2)は最終的に次式となる。

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) - \nabla \cdot (\eta \nabla \mathbf{u}) - (\nabla \mathbf{u}) \cdot \nabla \eta = -\nabla p_{\text{rgh}} - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (3-11)$$

次に，液相及び気相での  $\mathbf{u}$  をそれぞれ  $\mathbf{u}_L, \mathbf{u}_G$  とすると，各相での VOF 関数の移流方程式 (3-3) は次のように表される．

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_L \alpha) &= 0 \\ \frac{\partial (1-\alpha)}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{u}_G (1-\alpha)] &= 0 \end{aligned} \quad (3-12)$$

ここで，速度  $\mathbf{u}$  を式(3-13)で定義すると，式(3-3)は式(3-14)となる．

$$\mathbf{u} = \alpha \mathbf{u}_L + (1-\alpha) \mathbf{u}_G \quad (3-13)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot [(\alpha \mathbf{u}_L + (1-\alpha) \mathbf{u}_G) \alpha] = 0 \quad (3-14)$$

また，液相と気相の相対速度(圧縮速度)  $\mathbf{u}_r$  を式(3-15)で定義すると，式(3-14)は式(3-16)となる．

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_L - \mathbf{u}_G \quad (3-15)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_L \alpha) - \nabla \cdot [\mathbf{u}_r \alpha (1-\alpha)] = 0 \quad (3-16)$$

ここで，式(3-12)と式(3-16)により，次式を得る．

$$\nabla \cdot [\mathbf{u}_r \alpha (1-\alpha)] = 0 \quad (3-17)$$

式(3-17)の左辺を圧縮項と呼び，式(3-3)に加えることで，interFoam で用いる  $\alpha$  の移流方程式(3-18)を得る(Rusche (2002)<sup>[66]</sup>)．圧縮項には物理的な意味はないが，離散化すると値を持ち，これが移流項による数値拡散を抑制することにより，界面形状をシャープにする．

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \alpha) + \nabla \cdot [\mathbf{u}_r \alpha (1-\alpha)] = 0 \quad (3-18)$$

最終的な支配方程式は，非圧縮性の連続の式(3-1)，Navier-Stokes 式(3-11)及び VOF 関数の移流方程式(3-18)となる．

### 3.4.2 連続の式と Navier-Stokes 式の解法

OpenFOAM では，支配方程式を有限体積法によって解く．有限体積法はコントロールボ

リユーム法とも呼ばれ、解析領域を有限個のコントロールボリュームで分割し、この各コントロールボリューム内で Navier-Stokes 式を体積積分の形で表す。空間微分項については、この体積積分をガウスの発散定理によって面積積分に変換した後、離散化を行う。

OpenFOAM の非定常計算では、連続の式と Navier-Stokes 式を連立させて解くための速度と圧力の連成手法として、SIMPLE(Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations)法 (Caretto *et al.* (1972)<sup>[67]</sup>)と PISO(Pressure Implicit Split of Operators)法(Issa (1986)<sup>[68]</sup>)を組み合わせた PIMPLE 法が一般に用いられる。この PIMPLE 法についてまとめる。

まず、Navier-Stokes 式(3.11)の右边を、コントロールボリューム  $\mathbf{V}$  で積分する。

$$\int_{\mathbf{V}} \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} d\mathbf{V} + \int_{\mathbf{V}} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) d\mathbf{V} - \int_{\mathbf{V}} \nabla \cdot (\eta \nabla \mathbf{u}) d\mathbf{V} - \int_{\mathbf{V}} (\nabla \mathbf{u}) \cdot \nabla \eta d\mathbf{V} \quad (3-19)$$

$\mathbf{S}$  を  $\mathbf{V}$  の境界、 $\mathbf{n}$  を  $\mathbf{S}$  の外向き単位法線ベクトルとし、式(3-19)にガウスの発散定理を用いると次式となる。

$$\mathbf{V} \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \int_{\mathbf{S}} (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} - \int_{\mathbf{S}} (\eta \nabla \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} - \int_{\mathbf{S}} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} \cdot \nabla \eta \quad (3-20)$$

式(3-20)を離散化すると、次式となる。

$$\mathbf{V} \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \sum_f \rho \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f - \sum_f \eta_f (\nabla \mathbf{u})_f \cdot \mathbf{S}_f - (\sum_f \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f) \cdot (\nabla \eta)_f \quad (3-21)$$

離散化することでコントロールボリュームは多面体となるが、この多面体をセル、多面体の各面をフェイス又はセルフフェイスと呼ぶ。ここで、添字  $f$  は各フェイス中心での値を表し、 $\mathbf{S}_f$  は各フェイスの面積ベクトルである。よって、 $\mathbf{u}_f$  と  $(\nabla \mathbf{u})_f$  は、それぞれ  $\mathbf{u}$  と  $\nabla \mathbf{u}$  のフェイス中心での値となる。各物理量はセル中心で定義されているため、フェイス中心での値は隣接セルのセル中心の値から補間によって求める必要がある。この補間方法としては、線形補間(中心差分)、風上差分、TVD(Total Variation Diminishing)法<sup>[69,70]</sup>、NVD(Normalized Variable Diagram)法<sup>[71]</sup>などの差分近似方法から選択することが可能である。

式(3-21)により、式(3-11)をコントロールボリューム  $\mathbf{V}$  で積分した式は次式となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{V} \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \sum_f \rho \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f - \sum_f \eta_f (\nabla \mathbf{u})_f \cdot \mathbf{S}_f - (\sum_f \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f) \cdot (\nabla \eta)_f \\ = \int_{\mathbf{V}} (-\nabla p_{\_rgh} - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha) d\mathbf{V} \\ = \mathbf{V} (-\nabla p_{\_rgh} - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha) \end{aligned} \quad (3-22)$$

これを一般的な代数方程式で表す。



$$\mathbf{a}_p \mathbf{u}_p + \sum_N \mathbf{a}_N \mathbf{u}_N = -\nabla p_{\_rgh} - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (3-23)$$

ここで  $\mathbf{a}$  は代数方程式の行列式であり，添字  $p$  は注目するセル，添字  $N$  は注目するセルに隣接するセルを表す．隣接セルの行列式を次式のように  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  と置く．

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}) = -\sum_N \mathbf{a}_N \mathbf{u}_N \quad (3-24)$$

これにより，式(3-23)は，次式となる．

$$\mathbf{a}_p \mathbf{u}_p = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p_{\_rgh} - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (3-25)$$

注目するセルの速度  $\mathbf{u}_p$  は，次式で表される．

$$\mathbf{u}_p = [\mathbf{a}_p]^{-1} \{ [\mathbf{H}(\mathbf{u}) - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha] - \nabla p_{\_rgh} \} \quad (3-26)$$

連続の式(3-1)にこの速度を用いると， $p_{\_rgh}$  のポアソン方程式を得る．

$$\nabla \cdot \{ [\mathbf{a}_p]^{-1} \nabla p_{\_rgh} \} = \nabla \cdot \{ [\mathbf{a}_p]^{-1} [\mathbf{H}(\mathbf{u}) - \mathbf{g} \cdot \mathbf{h} \nabla \rho + \sigma \kappa \nabla \alpha] \} \quad (3-27)$$

interFoam の速度と圧力の連成計算アルゴリズムをソースコードに沿ってまとめると，以下の **Step 1-6** となる．**Step 1-6** を設定回数(system/fvSolution の nOuterCorrectors で設定)だけ繰り返して速度と圧力を交互に計算するが，nOuterCorrectors が 1 より大きければ，これは PIMPLE 法を選択したことになる．nOuterCorrectors の設定値が 1 又は未設定の場合は **Step 1-6** を 1 回だけ実行し，これは PISO 法となる．

**Step 1**  $\mathbf{u}$  を次式で予測する．(予測値  $\tilde{\mathbf{u}}$  は連続の式は満たさない)

$$\tilde{\mathbf{u}} = [\mathbf{a}_p]^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u}) \quad (3-28)$$

この  $\tilde{\mathbf{u}}$  のフェイスフラックス  $\phi_f$  を次式とする．ここで ddtPhiCorr は，1 つ前のタイムステップでの  $\mathbf{u}_f$  によるフラックスと  $\phi_f$  との差により，現在のタイムステップの  $\phi_f$  を補正する項である．

$$\phi_{uf} = \tilde{\mathbf{u}}_f \cdot \mathbf{S}_f + \text{ddtPhiCorr} \quad (3-29)$$

**Step 2**  $\mathbf{u}$  のフェイスフラックス  $\phi_f$  をまず次式とおく. ( $p_{rgh}$  の項は含まない)

$$\phi_f = \phi_{uf} + [\mathbf{a}_p]_f^{-1} \left[ -(\mathbf{g} \cdot \mathbf{h})_f (\nabla \rho)_f + (\sigma \kappa)_f (\nabla \alpha)_f \right] \cdot \mathbf{S}_f \quad (3-30)$$

**Step 3**  $p_{rgh}$  のフェイスでのポアソン方程式を解いて,  $[\mathbf{a}_p]_f^{-1} (\nabla p_{rgh})_f$  を得る.

$$\begin{aligned} & \nabla \cdot \left\{ [\mathbf{a}_p]_f^{-1} \nabla (p_{rgh})_f \right\} \\ &= \nabla \cdot \left\{ [\mathbf{a}_p]_f^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{u})_f + [\mathbf{a}_p]_f^{-1} \left[ -(\mathbf{g} \cdot \mathbf{h})_f (\nabla \rho)_f + (\sigma \kappa)_f (\nabla \alpha)_f \right] \right\} \cdot \mathbf{S}_f \quad (3-31) \\ &= \nabla \cdot \left\{ \phi_{uf} + [\mathbf{a}_p]_f^{-1} \left[ -(\mathbf{g} \cdot \mathbf{h})_f (\nabla \rho)_f + (\sigma \kappa)_f (\nabla \alpha)_f \right] \right\} \cdot \mathbf{S}_f \\ &= \nabla \cdot \phi_f \end{aligned}$$

**Step 4** 得られた  $[\mathbf{a}_p]_f^{-1} (\nabla p_{rgh})_f$  より,  $\phi_f$  を次式で修正. (ここで  $\phi_f$  に  $p_{rgh}$  の項が加わる)

$$\phi_f' = \phi_f - \left\{ [\mathbf{a}_p]_f^{-1} \nabla (p_{rgh})_f \right\} \cdot \mathbf{S}_f \quad (3-32)$$

**Step 5** **Step 3-4** を設定回数(system/fvSolution の nCorrectors)繰り返す.

**Step 6**  $\tilde{\mathbf{u}}$  を次式で修正して  $\mathbf{u}$  を得る. ここで  $\Re$  (reconstruct) は, セルフェイスからセル中心への変換(fvcReconstruct.C)である. 修正には,  $[\mathbf{a}_p]^{-1} (\nabla p_{rgh})$  ではなく  $[\mathbf{a}_p]_f^{-1} (\nabla p_{rgh})_f$  を用いることで, Rhie-Chow 補間<sup>[72]</sup>と同様の圧力の振動を抑える効果をもたらす.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \tilde{\mathbf{u}} + \Re \left\{ [\mathbf{a}_p]_f^{-1} \left[ -(\mathbf{g} \cdot \mathbf{h})_f (\nabla \rho)_f + (\sigma \kappa)_f (\nabla \alpha)_f - (\nabla p_{rgh})_f \right] \cdot \mathbf{S}_f \right\} \\ &= \tilde{\mathbf{u}} + \Re \left\{ \phi_f' - \phi_{uf} \right\} \end{aligned} \quad (3-33)$$

この連成計算の離散化スキームは, 解析ケースの system/fvSchemes で設定する. 本研究で設定した離散化スキームを, 表 3.4-1 にまとめる. この表内の用語は, OpenFOAM User

Guide<sup>[46]</sup>に詳しくまとめられている。

表 3.4-1 計算に用いた Navier-Stokes 式の離散化スキーム

	名称	設定	詳細	精度
$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t}$	時間微分項	Euler	陰的オイラー	1次
$\nabla \mathbf{u}$ $\nabla \eta$	勾配項	Gauss linear	ガウス積分 線形補間	2次
$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u})$	発散項	Gauss limitedLinearV 1	ガウス積分 線形補間 (TVD 制限付)	2次
$\nabla \cdot (\eta \nabla \mathbf{u})$ $\nabla \cdot \{ [\mathbf{a}_p]^{-1} \nabla p_{rgh} \}$	ラプラシアン項	Gauss linear corrected	ガウス積分 線形補間 (非直行補正付)	2次
$\mathbf{g} \cdot \mathbf{h}$ $\sigma \kappa$	補間項	linear	線形補間	2次
$\nabla p_{rgh}$ $\nabla \rho$ $\nabla \alpha$	表面法線方向勾配項	corrected	非直行補正	1次

### 3.4.3 VOF 関数の移流方程式の解法

VOF 関数の移流方程式(3-18)についても、有限体積法を用いて解く。コントロールボリューム内で体積積分の形で表し、ガウスの発散定理によって体積積分を面積積分に変換した後、離散化する。interFoam では、離散化した式を高解像度スキームである MULES (Multidimensional Universal Limiter for Explicit Solution)法で解く。Deshpande *et al.* (2012)<sup>[49]</sup>と Damián (2013)<sup>[73]</sup>による文献及びソースコードを参考として、MULES 法を以下にまとめる。

式(3-18)を式(3-34, 35, 36)のように、コントロールボリューム  $\mathbf{V}$  で積分し、面積積分に変換した後、離散化を行う。時間微分項の離散化は、陽的オイラー法とする。

$$\int_{\mathbf{V}} \frac{\partial \alpha}{\partial t} d\mathbf{V} + \int_{\mathbf{V}} \nabla \cdot (\mathbf{u} \alpha) d\mathbf{V} + \int_{\mathbf{V}} \nabla \cdot [\mathbf{u}_r \alpha (1 - \alpha)] d\mathbf{V} = 0 \quad (3-34)$$

$$\mathbf{V} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \int_{\mathbf{S}} (\mathbf{u} \alpha) \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} + \int_{\mathbf{S}} [\mathbf{u}_r \alpha (1 - \alpha)] \cdot \mathbf{n} d\mathbf{S} = 0 \quad (3-35)$$

$$\mathbf{V} \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^n}{\Delta t} + \sum_f [\mathbf{u}_f \alpha_f + \mathbf{u}_{vf} \alpha_f (1 - \alpha_f)]^n \cdot \mathbf{S}_f = 0 \quad (3-36)$$

ここで  $n$  はタイムインデックス,  $\Delta t$  はタイムステップである. 実際には後述のように, VOF 関数の移流方程式にはサブサイクル・タイムステップ  $\Delta t_{sc}$  を用いる.

相対速度  $\mathbf{u}_r$  の向きは気液界面の法線方向であることから,  $\mathbf{u}_r$  を次式で定義する.

$$\mathbf{u}_r = \min \left[ C_\alpha |\mathbf{u}|, \max |\mathbf{u}| \right] \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \quad (3-37)$$

ここで,  $\mathbf{u}_r$  の大きさは  $C_\alpha |\mathbf{u}|$  と仮定している.  $C_\alpha$  は圧縮項の効果を調整するパラメータで, 解析ケースの system/fvSolution の cAlpha で設定する.  $C_\alpha = 0$  は無圧縮,  $C_\alpha = 1$  は保存的な圧縮,  $C_\alpha > 1$  は過圧縮となる. 通常は保存的な圧縮を用いることから, 本研究でも  $C_\alpha = 1$  とした. 過圧縮の時に  $C_\alpha |\mathbf{u}|$  が局所的に大きくなる場合を考え, 全領域での  $|\mathbf{u}|$  の最大値により  $\mathbf{u}_r$  の大きさを制限している.  $|\mathbf{u}|$  の大きさに応じて圧縮項の大きさを決めることで, 数値拡散を防ぐ効果が適切となる.

$\mathbf{u}$  及び  $\mathbf{u}_r$  のフェイスフラックスをそれぞれ  $\phi_f$  と  $\phi_{vf}$  とし, 次式で表す.  $\mathbf{u}_f$  は線形補間によって求める.

$$\phi_f = \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f \quad (3-38)$$

$$\begin{aligned} \phi_{vf} &= \mathbf{u}_{vf} \cdot \mathbf{S}_f \\ &= \min \left[ C_\alpha \frac{|\phi_f|}{|\mathbf{S}_f|}, \max \frac{|\phi_f|}{|\mathbf{S}_f|} \right] \frac{\nabla \alpha_f}{|\nabla \alpha_f|} \cdot \mathbf{S}_f \end{aligned} \quad (3-39)$$

式(3-36)は, 式(3-38, 39)を用いて次式となる.

$$\mathbf{V} \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^n}{\Delta t} + \sum_f [\phi_f \alpha_f + \phi_{vf} \alpha_f (1 - \alpha_f)]^n = 0 \quad (3-40)$$

この式(3-40)を, MULES 法で解く. 3.6 節にまとめるように MULES 法は現在も改良が続けられているが, 本研究で用いた OpenFOAM Ver. 2.1.x の MULES 法のアルゴリズムは以下となる.

まず, 式(3-40)の左辺第 2 項の  $[\ ]$  内を次式のフラックス  $\Phi_\alpha$  とおく. この式の右辺第 2 項の  $\alpha_f$  は, 第 1 項と区別して  $\alpha_{vf}$  とする.

$$\Phi_\alpha = \phi_f \alpha_f + \phi_{vf} \alpha_{vf} (1 - \alpha_{vf}) \quad (3-41)$$

この $\Phi_\alpha$ の計算に、Zalesak (1979)<sup>[74]</sup>の FCT(Flux Corrected Transport)法を基にした手法を用いる。FCT 法は移流方程式の解法であり、 $\Phi_\alpha$ を次式のように、低精度計算 $\Phi_\alpha^L$ と高精度計算 $\Phi_\alpha^H$ とを補正係数  $\lambda$  ( $0 \leq \lambda \leq 1$ ) によって組み合わせた $\Phi_\alpha^C$ として計算する。

$$\begin{aligned} \Phi_\alpha^C &= \Phi_\alpha^L + \lambda (\Phi_\alpha^H - \Phi_\alpha^L) \\ &= \Phi_\alpha^L + \lambda \mathbf{A} \end{aligned} \quad (3-42)$$

$\Phi_\alpha^L$ は数値拡散は大きいものの振動のない安定した計算値、 $\Phi_\alpha^H$ は数値拡散は小さいが振動を発生させる可能性のある計算値とする。ここで、 $\Phi_\alpha^H - \Phi_\alpha^L$ を非拡散フラックス $\mathbf{A}$ と呼ぶ。式(3-40)において、移流するスカラー値 $\alpha$ の分布形状を変えないように解くには、新たな局所的最大最小値を生み出さないようにする必要がある。これを満たすように式(3-42)の補正係数 $\lambda$ を選ぶことで、非物理的な計算値(この場合は $\alpha$ が負数)となるのを防ぐことができるというのが FCT 法である。

低精度計算 $\Phi_\alpha^L$ では、式(3-41)の右辺第1項のみを扱い、次式のように $\alpha_f$ を1次精度の風上差分で計算する。

$$\Phi_\alpha^L = \begin{cases} \phi_f \alpha_P & (\phi_f \geq 0) \\ \phi_f \alpha_N & (\phi_f < 0) \end{cases} \quad (3-43)$$

高精度計算 $\Phi_\alpha^H$ では、 $\alpha_f$ を1次精度の風上差分による値 $\alpha_{UD}$ と2次精度の線形補間による値 $\alpha_{LD}$ を制限関数 $\Psi_1$ でブレンドした次式で計算する。

$$\alpha_f = \alpha_{UD} + \Psi_1 (\alpha_{LD} - \alpha_{UD}) \quad (3-44)$$

$\alpha_f$ の計算スキームとして、2次精度 TVD スキームの VanLeer (Van Leer (1974)<sup>[75]</sup>)を用いる。VanLeer の制限関数 $\Psi_1$ は、式(3-45)である。

$\alpha_{UD}$ と $\alpha_{LD}$ は式(3-46, 47)で表される。ここで、pos 関数は引数の正負によって1又は0を返す関数、 $x_P, x_N$ はそれぞれ注目するセルと隣接するセルの中心座標、 $x_f$ はその境界のフェイス中心座標である。

式(3-44)に式(3-46, 47)を用いて整理すると、式(3-48)を得る。

$$\psi_1 = \frac{r_f + |r_f|}{1 + |r_f|}, \quad r_f = \begin{cases} \frac{2(\nabla\alpha)_P \cdot (x_N - x_P)}{\alpha_N - \alpha_P} - 1 & (\phi_f \geq 0) \\ \frac{2(\nabla\alpha)_N \cdot (x_N - x_P)}{\alpha_N - \alpha_P} - 1 & (\phi_f < 0) \end{cases} \quad (3-45)$$

$$\alpha_{UD} = \alpha_N + (\alpha_P - \alpha_N) \cdot \text{pos}(\phi_f), \quad \text{pos}(\phi_f) = \begin{cases} 1 & (\phi_f \geq 0) \\ 0 & (\phi_f < 0) \end{cases} \quad (3-46)$$

$$\alpha_{LD} = \alpha_N - \frac{|x_N - x_f|}{|x_N - x_P|} (\alpha_N - \alpha_P) \quad (3-47)$$

$$\alpha_f = \alpha_N + \lambda_1 (\alpha_P - \alpha_N), \quad \lambda_1 = \psi_1 \frac{|x_N - x_f|}{|x_N - x_P|} + (1 - \psi_1) \cdot \text{pos}(\phi_f) \quad (3-48)$$

$\alpha_{f'}$ についても $\alpha_f$ と同様に、 $\alpha_{UD}$ と $\alpha_{LD}$ を制限関数 $\Psi_2$ でブレンドした次式で計算する。

$$\alpha_{f'} = \alpha_{UD} + \Psi_2 (\alpha_{LD} - \alpha_{UD}) \quad (3-49)$$

$\alpha_{f'}$ の計算スキームには、Weller (2008)<sup>[76]</sup>による interfaceCompression を用いる。

interfaceCompression の制限関数 $\Psi_2$ は、式(3-50)である。OpenFOAM User Guide<sup>[46]</sup> (Ver.2.1.0) には、 $\alpha_{f'}$ に VanLeer を使ってもよいが、一般に interfaceCompression を使った方がより滑らかな界面形状が得られるとある。

$$\begin{aligned} \Psi_2 &= \min \left\{ \max \left( 1 - \max \left\{ (1 - 4\alpha_P(1 - \alpha_P))^2, (1 - 4\alpha_N(1 - \alpha_N))^2 \right\}, 0 \right), 1 \right\} \\ &= \min \left\{ \max \left( 1 - \max \left\{ 16(\alpha_P - 0.5)^4, 16(\alpha_N - 0.5)^4 \right\}, 0 \right), 1 \right\} \end{aligned} \quad (3-50)$$

この式(3-50)は、 $16(\alpha_P - 0.5)^4$ と $16(\alpha_N - 0.5)^4$ の大きい方を1から引き、その値を0と1の間で制限することを意味する。つまり $\alpha_P$ と $\alpha_N$ の両方が0.5の付近にあれば $\Psi_2$ は1に近づき、 $\alpha_P$ 又は $\alpha_N$ が0か1の付近にあれば、 $\Psi_2$ は0に近づく。式(3-49)より、 $\Psi_2 = 1$ で2次精度の線形補間、 $\Psi_2 = 0$ で1次精度の風上差分となることから、界面の中心( $\alpha = 0.5$ )近くでは線形補間、界面の周辺部では風上差分を多くブレンドするスキームと言える。

式(3-48)と同様に、式(3-49)は次式となる。

$$\alpha_{rf} = \alpha_N + \lambda_2(\alpha_P - \alpha_N), \quad \lambda_2 = \psi_2 \frac{|x_N - x_f|}{|x_N - x_P|} + (1 - \psi_2) \cdot \text{pos}(\phi_f) \quad (3-51)$$

$\Phi_\alpha^H$  は式(3-48)と式(3-51)によって、次式で計算する。

$$\Phi_\alpha^H = \phi_f \alpha_f + \phi_{rf} \alpha_{rf} (1 - \alpha_{rf}) \quad (3-52)$$

式(3-18)の離散化スキームも、解析ケースの `system/fvSchemes` で設定する。本研究で設定した離散化スキームを表 3.4-2 にまとめる。

表 3.4-2 計算に用いた VOF 関数の移流方程式の離散化スキーム

	名称	設定	詳細	精度
$\frac{\partial \alpha}{\partial t}$	時間微分項	不要	陽的オイラー	1次
$\nabla \cdot (\mathbf{u}\alpha)$	発散項	Gauss vanLeer	ガウス積分 Van Leer	2次
$\nabla \cdot [\mathbf{u}_\tau \alpha (1 - \alpha)]$	発散項	Gauss interfaceCompression	ガウス積分 interfaceCompression	1次 or 2次

次に式(3-42)の補正係数  $\lambda$  を決める。1次元で3個のセル( $i-1, i, i+1$ )が隣接している場合を考え、 $\Phi_\alpha$  を  $\Phi_\alpha^C$  とおくと、式(3-40)は次式となる。

$$\begin{aligned} \alpha_i^{n+1} &= \alpha_i^n - \frac{\Delta t}{V} (\Phi_{\alpha, i+1/2}^C + \Phi_{\alpha, i-1/2}^C) \\ &= \alpha_i^n - \frac{\Delta t}{V} (\Phi_{\alpha, i+1/2}^L + \lambda_{i+1/2} \mathbf{A}_{i+1/2} + \Phi_{\alpha, i-1/2}^L + \lambda_{i-1/2} \mathbf{A}_{i-1/2}) \\ &= \alpha_i^n - \frac{\Delta t}{V} (\Phi_{\alpha, i+1/2}^L + \Phi_{\alpha, i-1/2}^L) - \frac{\Delta t}{V} (\lambda_{i+1/2} \mathbf{A}_{i+1/2} + \lambda_{i-1/2} \mathbf{A}_{i-1/2}) \\ &= (\alpha_i^L)^n - \frac{\Delta t}{V} (\lambda_{i+1/2} \mathbf{A}_{i+1/2} + \lambda_{i-1/2} \mathbf{A}_{i-1/2}) \end{aligned} \quad (3-53)$$

つまり  $\alpha_i^{n+1}$  は、低精度の  $\Phi_\alpha^L$  で計算後、 $\lambda$  で制限した非拡散フラックス  $\mathbf{A} = \Phi_\alpha^H - \Phi_\alpha^L$  を追加することになる。

ここで、 $\alpha_i^{n+1}$  が局所的最大値  $\alpha_i^{\max L}$  と局所的最小値  $\alpha_i^{\min L}$  を超えないための  $\Phi_\alpha^L$  によるフラックスを、次式のネットフラックス  $\mathbf{Q}_i^+, \mathbf{Q}_i^-$  とする。

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_i^+ &= \frac{\mathbf{V}}{\Delta t} (\alpha_i^{\max L} - \alpha_i^L) \\
&= \frac{\mathbf{V}}{\Delta t} (\alpha_i^{\max L} - \alpha_i^n) + (\Phi_{\alpha, i+1/2}^L + \Phi_{\alpha, i-1/2}^L)
\end{aligned} \tag{3-54}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_i^- &= \frac{\mathbf{V}}{\Delta t} (\alpha_i^L - \alpha_i^{\min L}) \\
&= \frac{\mathbf{V}}{\Delta t} (\alpha_i^n - \alpha_i^{\min L}) - (\Phi_{\alpha, i+1/2}^L + \Phi_{\alpha, i-1/2}^L)
\end{aligned} \tag{3-55}$$

$\mathbf{P}_i^+$ ,  $\mathbf{P}_i^-$ を、それぞれセル*i*から流出、セル*i*へ流入する非拡散フラックス  $\mathbf{A}$  の総和とすると、新たな局所的最大最小値を作らない補正係数  $\lambda$  は次式とすればよい。  $\lambda_i^+$  は流出する向きの補正係数、  $\lambda_i^-$  は流入する向きの補正係数である。

$$\lambda_i^\pm = \begin{cases} \min \left( \frac{\mathbf{Q}_i^\mp}{\mathbf{P}_i^\pm}, 1 \right) & (\mathbf{P}_i^\pm > 0) \\ 0 & (\mathbf{P}_i^\pm = 0) \end{cases} \tag{3-56}$$

フェイスでの  $\lambda$  として、隣接するセル中心での  $\lambda$  の小さい方を選ばばよい。

$$\lambda_{i+1/2} = \begin{cases} \min (\lambda_{i+1}^+, \lambda_i^-) & (\mathbf{A}_{i+1/2} \geq 0) \\ \min (\lambda_{i+1}^-, \lambda_i^+) & (\mathbf{A}_{i+1/2} < 0) \end{cases} \tag{3-57}$$

MULES 法では、 $\lambda$  を反復計算により求めることと、多相流で必要となる大局的最大値  $\alpha^{\max G}$  と大局的最小値  $\alpha^{\min G}$  を設けることが、Zalesak の FCT 法と異なる。MULES 法による VOF 関数の移流方程式の計算アルゴリズムは、次のようになる。

**Step 1** 非拡散フラックス  $\mathbf{A} = \Phi_\alpha^H - \Phi_\alpha^L$  を、式(3-43), 式(3-52)より求める。

**Step 2** 局所的最大最小値を計算する。添字  $i,N$  は、セル *i* に隣接するセルを表す。

$$\begin{aligned}
\alpha_i^{\max L} &= \max (\alpha_i^n, \alpha_{i,N}^n) \\
\alpha_i^{\min L} &= \min (\alpha_i^n, \alpha_{i,N}^n)
\end{aligned} \tag{3-58}$$



**Step 3** 局所的最大最小値を，大局的最大最小値で制限する．  
気液 2 相流の場合は， $\alpha^{\max G} = 1$ ， $\alpha^{\min G} = 0$  である．

$$\begin{aligned}\alpha_i^{\max L} &= \min \left( \alpha^{\max G}, \alpha_i^{\max L} \right) \\ \alpha_i^{\min L} &= \max \left( \alpha^{\min G}, \alpha_i^{\min L} \right)\end{aligned}\quad (3-59)$$

**Step 4** それぞれのセルで，流出する非拡散フラックス  $\mathbf{A}_f^+(\geq 0)$  の総和である  $\mathbf{P}_i^+$ ，  
及び流入する非拡散フラックス  $\mathbf{A}_f^-(< 0)$  の総和である  $\mathbf{P}_i^-$  を計算する．

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_i^+ &= + \sum_f \mathbf{A}_f^+ \\ \mathbf{P}_i^- &= - \sum_f \mathbf{A}_f^-\end{aligned}\quad (3-60)$$

**Step 5** ネットフラックス  $\mathbf{Q}_i^+$ ， $\mathbf{Q}_i^-$  を計算する．

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_i^+ &= \frac{\mathbf{V}}{\Delta t} \left( \alpha_i^{\max L} - \alpha_i^n \right) + \sum_f \Phi_\alpha^L \\ \mathbf{Q}_i^- &= \frac{\mathbf{V}}{\Delta t} \left( \alpha_i^n - \alpha_i^{\min L} \right) - \sum_f \Phi_\alpha^L\end{aligned}\quad (3-61)$$

**Step 6** すべてのフェイスでの  $\lambda$  の初期値  $\lambda^{\nu=1}$  を 1 とし，式(3-62, 63)を反復計算して  $\lambda_\nu$  を求める． $\nu$  は反復ステップであり，OpenFOAM Ver.2.1.x では反復回数 (nLimiterIter) = 3 でコーディング(MULESTemplates.C)されている．流入する向きの補正係数  $\lambda_i^-$  の計算に流出するフラックス  $\sum_f \lambda_f \mathbf{A}_f^+$  を用いることで， $\lambda$  の収束が早まる(Damián (2013)<sup>[73]</sup>)．

$\lambda_\nu$  は，非拡散フラックス  $\mathbf{A}_f$  の向きに合わせて，隣接するセル中心での  $\lambda$  の小さい方を選ぶ．

$$\lambda_i^{\mp, \nu+1} = \max \left\{ \min \left( \frac{\pm \sum_f \lambda_f^\nu \mathbf{A}_f^\pm + \mathbf{Q}_i^\pm}{\mathbf{P}_i^\mp}, 1 \right), 0 \right\}\quad (3-62)$$

$$\lambda_f^{v+1} = \begin{cases} \min(\lambda_p^{+,v+1}, \lambda_N^{-,v+1}) & (\mathbf{A}_f \geq 0) \\ \min(\lambda_p^{-,v+1}, \lambda_N^{+,v+1}) & (\mathbf{A}_f < 0) \end{cases} \quad (3-63)$$

**Step 7**  $\Phi_\alpha^C$  を計算する.

$$\Phi_\alpha^C = \Phi_\alpha^L + \lambda_f \mathbf{A}_f \quad (3-64)$$

**Step 8**  $\alpha$  を計算する.

$$\alpha_i^{n+1} = \alpha_i^n - \frac{\Delta t}{V} \sum_f \Phi_\alpha^C \quad (3-65)$$

実際には、この **Step 1 – 8** をタイムステップ  $\Delta t$  の間に  $n_{sc}$  回  $\times$   $n_{\alpha C}$  回繰り返す。  $n_{sc}$  は解析ケースの `system/fvSolution` の `nAlphaSubCycles` で設定したサブサイクル数、  $n_{\alpha C}$  は同じく `nAlphaCorr` で設定したサブサイクル内での反復回数である。タイムステップを分割することで、  $\alpha$  の収束安定性が高まる。同様の理由で、式(3-22)の移流項もこのサブサイクル内で計算する。このために、  $\rho \mathbf{u}_f \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f = \rho \phi_f \mathbf{u}_f$  の各サブサイクルでの  $\rho \phi_f$  を  $(\rho \phi_f)_{sc}$  とし、各サブサイクルでの  $\Phi_\alpha^C$  である  $(\Phi_\alpha^C)_{sc}$  を用いた次式で表す。

$$\begin{aligned} (\rho \phi_f)_{sc} &= \rho_L \phi_f \alpha_f + \rho_G \phi_f (1 - \alpha_f) \\ &= (\rho_L - \rho_G) \phi_f \alpha_f + \rho_G \phi_f \\ &= (\rho_L - \rho_G) (\Phi_\alpha^C)_{sc} + \rho_G \phi_f \end{aligned} \quad (3-66)$$

ここで、サブサイクル・タイムステップ  $\Delta t_{sc}$  を次式とする。  $\Delta t_{sc}$  は VOF 関数の移流方程式 (3-18) を解くタイムステップであり、このサブサイクル内で  $n_{\alpha C}$  回の反復を行う。

$$\Delta t_{sc} = \frac{\Delta t}{n_{sc}} \quad (3-67)$$

$\rho \phi_f$  は、式(3-66)の各サブサイクルでの  $(\rho \phi_f)_{sc}$  から、次式で計算する。

$$\rho \phi_f = \sum^{n_{sc}} \frac{\Delta t_{sc}}{\Delta t} (\rho \phi_f)_{sc} \quad (3-68)$$

### 3.4.4 タイムステップについて

非定常計算で自動調整タイムステップを設定(system/controlDict の adjustTimeStep yes)すると、タイムステップを調整しながら計算を進める。まず2次元のクーラン数  $Co$  を次式とする。  $u_x, u_y$  は速度  $\mathbf{u}$  の  $x, y$  方向成分である。

$$\begin{aligned} Co &= 0.5 \left( \frac{|u_x|}{\Delta x} \Delta t + \frac{|u_y|}{\Delta y} \Delta t \right) \\ &= 0.5 \Delta t \left( \frac{|u_x| \Delta y + |u_y| \Delta x}{\Delta x \Delta y} \right) \end{aligned} \quad (3-69)$$

これより3次元のクーラン数  $Co$  を次式とおく。

$$Co = 0.5 \Delta t \cdot \max \left( \frac{\sum_f |\phi_f|}{\Delta x \Delta y \Delta z} \right) \quad (3-70)$$

また、タイムステップの初期値  $\Delta t_{init}^*$  を、式(3-70)の  $Co$  によって次式で計算する。ここで、  $Co_{max}$  は  $Co$  の上限を決める設定値、  $\Delta t_{init}$  はタイムステップの初期設定値である。  $Co_{max}$ ,  $\Delta t_{init}$  及び後述の  $Co_{\alpha max}$ ,  $\Delta t_{max}$  はそれぞれ system/controlDict の deltaT, maxCo, maxAlphaCo, maxDeltaT で設定する。

$$\Delta t_{init}^* = \min \left( \frac{Co_{max}}{Co} \Delta t_{init}, \Delta t_{init} \right) \quad (3-71)$$

VOF 関数の移流方程式に用いる気液界面での3次元のクーラン数  $Co_\alpha$  は、  $Co$  の界面付近のみ ( $0.01 \leq \alpha \leq 0.99$ ) を考慮して次式とする。ここで pos 関数は、式(3-46)と同じく引数の正負によって 1 又は 0 を返す関数である。

$$Co_\alpha = 0.5 \text{pos}(\alpha - 0.01) \cdot \text{pos}(0.99 - \alpha) \cdot \Delta t \cdot \max \left( \frac{\sum_f |\phi_f|}{\Delta x \Delta y \Delta z} \right) \quad (3-72)$$

新しいタイムステップ  $\Delta t^n$  は、式(3-70)の  $Co$ 、式(3-72)の  $Co_\alpha$  と古いタイムステップ  $\Delta t^o$  から次式で計算する。

$$\Delta t^n = \min \left\{ \min \left( \frac{Co_{\max}}{Co}, \frac{Co_{\alpha \max}}{Co_{\alpha}} \right) \Delta t^o, \left( 1 + 0.1 \min \left( \frac{Co_{\max}}{Co}, \frac{Co_{\alpha \max}}{Co_{\alpha}} \right) \right) \Delta t^o, 1.2 \Delta t^o, \Delta t_{\max} \right\} \quad (3-73)$$

ここで、 $Co_{\alpha \max}$ 、 $\Delta t_{\max}$  はそれぞれ  $Co_{\alpha}$  と  $\Delta t$  の上限を決める設定値である。また、係数 0.1 と 1.2 は、 $\Delta t$  を減少させる場合は急速に、しかし増加させる時は不安定な振動を避けるためゆっくりと変化させるための値(Damián (2013)<sup>[73]</sup>)である。

### 3.4.5 計算アルゴリズム

3.4.1 – 3.4.4 節をまとめると、interFoam のアルゴリズムは以下となる。()内はソースコードのファイル名である。

**Step 1** 変数の初期値を設定する。

$\Delta t_{\text{init}}$ ,  $Co_{\max}$ ,  $Co_{\alpha \max}$ ,  $\Delta t_{\max}$ ,  $n_{\text{SC}}$ ,  $n_{\alpha C}$  などの設定値を読み込む。

**Step 2** 式(3-70)でクーラン数を計算する。

(CourantNo.H)

**Step 3** 式(3-71)でタイムステップの初期値を計算する。

(setInitialDeltaT.H)

**Step 4** メインループを開始する。

**Step 5** 式(3-70)でクーラン数を計算する。

(CourantNo.H)

**Step 6** 式(3-72)で $\alpha$ のクーラン数を計算する。

(alphaCourantNo.H)

**Step 7** 式(3-73)でタイムステップを計算する。

(setDeltaT.H)

**Step 8** タイムステップを進める。

**Step 9** 式(3-4, 5)で密度、粘度を計算する。

(twoPhaseMixture.C)

**Step 10** MULES 法で  $\alpha$  を計算する. (3.4.3 節の **Step 1 – 8** を  $n_{sc}$  回  $\times$   $n_{\alpha c}$  回繰り返す)  
同時に, 式(3-66, 67, 68)により  $\rho \phi$  を計算する.

(alphaEqnSubCycle.H, alphaEqn.H, MULES.C, MULESTemplates.C)

**Step 11** PIMPLE 法又は PISO 法で速度と圧力を計算する. (3.4.2 節の **Step 1 – 6**)  
(UEqn.H, pEqn.H)

**Step 12** 計算結果を保存する.

設定した終了時間まで進んでなければ **Step 5** へ, 進んでいれば計算を終了する.

### 3.5 計算格子の設定

3.1 節で説明した計算格子(メッシュ)の, 具体的な設定方法についてまとめる. まず計算領域全体を OpenFOAM の基本的なメッシャー(メッシュ生成ツール)である blockMesh を用いて, 2 次元では正方形格子に 3 次元では立法体格子に分割する. 次に, 3 次元 CAD で作成した充填ノズル部分の形状を表す STL ファイル(ASCII 形式)を使い, OpenFOAM の別のメッシャーである snappyHexMesh によって計算領域全体からノズル部分を削除する. 切り取られて斜めになった部分には, 図 3.1-4, 5 に見られるような矩形あるいは多面体格子が生成される. snappyHexMesh では切り取る部分の再分割レベルを設定できるが, 本研究では周辺の格子と同程度の大きさとなるように, 分割レベルを 0 とした.

また, 紙容器の押上げと押下げの再現には, OpenFOAM の移動メッシュ機能(Dynamic Mesh)を用いた. このために velocityLaplacian ソルバーを設定し, 紙容器の移動速度のタイムテーブルを与えることで, 充填ノズルから下の計算格子を圧縮・伸張させた. velocityLaplacian ソルバーにはメッシュ変形方法の指定(diffusivity)が必要であるが, 充填ノズル下の計算格子の変形が最も少なくなる inverseDistance を用いた.

### 3.6 interFoam の改良について

本研究で用いた interFoam のアルゴリズムは 3.4 節にまとめたとおりであるが, ソースコードが公開されていることから, 改善・改良方法の提案が数多く報告されている. これらについては十分な検証が進められていないものも含まれており, ここでは列挙するにとどめる.

まず, interFoam の表面張力計算の改良案についてまとめる. Deshpande *et al.*(2012)<sup>[49]</sup> は, interFoam の表面張力項は CFS モデルによることと圧縮項を追加していることから, 表面張力が支配的な流体では, 界面付近の Navier-Stokes 式の表面張力項と圧力勾配項のバランスが崩れた部分で, 非物理的な速度である spurious current を引き起こすことを指摘している. そこで, 表面張力の計算に必要な界面の曲率が高精度に計算できる Level-set 法と

体積保存性に優れた VOF 法とを組み合わせた CLSVOF 法(Sussman and Puckett (2000)<sup>[23]</sup>)を, *interFoam* に組み込む方法が提案されている. Kissling *et al.* (2010)<sup>[77]</sup>は CLSVOF 法を, Albadawi *et al.* (2013)<sup>[78]</sup>は CLSVOF 法を簡略化(粘度と密度の計算に, ヘビサイド関数ではなく VOF 関数を用いる)した S-CLSVOF(Simple CLSVOF)法を *interFoam* に組み込み, Yamamoto *et al.* (2016)<sup>[79]</sup>はこの S-CLSVOF 法の検証を行った. 同様の試みとして, Sun and Tao (2010)<sup>[80]</sup>は, Level set 法と VOF 法を組み合わせた VOSET 法を *interFoam* に組み込んだ. また, 界面の曲率計算には VOF 関数を使いながら, 表面張力を高精度に求める試みがある. Hoang *et al.* (2013)<sup>[81]</sup>は VOF 関数の分布をラプラシアンフィルターによってスムージングすることで, 逆に Racini *et al.* (2012)<sup>[82]</sup>は VOF 関数の変化をよりシャープにするフィルターを設けることで, 曲率計算の改善を試みた.

これとは別に, 式(3-18)の圧縮項をどの程度効かせるのかという問題がある. 式(3-39)の  $C_\alpha$  の値を大きくすれば界面の数値拡散をより抑えることができるが, 界面形状にも影響を与える. そもそも圧縮項は物理的に存在する項ではないため, 解析ケースによって最適値が異なる可能性もある. これについて Kawasaki *et al.* (2013)<sup>[83]</sup>は水柱崩壊に伴う衝突問題を検証し,  $C_\alpha$  の値により界面形状が異なり  $C_\alpha$  の値が大きくなるのに応じて界面に縞模様が発生し, 検証した水利問題では  $0 < C_\alpha < 0.5$  が妥当であるが, 異なる問題に対しては  $C_\alpha$  の値の選定が重要であるとした. Hoang *et al.* (2013)<sup>[81]</sup>は, 表面張力が支配的な流れにおいて  $C_\alpha$  の値による圧縮項の効果を検証し,  $C_\alpha$  を 1 より大きくすると *spurious current* の発生を防ぐことはできるものの,  $C_\alpha = 1$  が界面の数値拡散と *spurious current* の両方の発生を防ぐ最もバランスがとれた値であるとした. Wardle and Weller (2013)<sup>[60]</sup>は, 液-液-気の 3 相流において,  $C_\alpha$  の値を液-液間では 0 に, 気-液間では 1 にスイッチングすることを提案した. 同様の手法として, Shonibare and Wardle (2013)<sup>[84]</sup>は気液 2 相流での液体噴流の突入問題において, 気液界面の曲率半径と計算格子サイズの比によって,  $C_\alpha$  の値を 0 と 1 とにスイッチングした. 計算格子サイズに比べて曲率半径が小さい場合には曲率の計算精度が悪くなることから,  $C_\alpha$  の値を 0 とすることにより, *spurious current* を低減させた.

また,  $C_\alpha$  の値を動的に計算する提案もある. Piro *et al.* (2013)<sup>[85]</sup>は, 楔の着水離水問題において計算格子が移動する場合に, 式(3-74)のように速度  $\mathbf{u}$  と計算格子速度  $\mathbf{u}_m$  の差である  $\mathbf{u} - \mathbf{u}_m$  と界面の法線ベクトル  $\nabla\alpha$  とのなす角度  $\theta_a$  によって  $C_\alpha$  を決定した.  $\theta_a$  が  $-90^\circ$  から  $90^\circ$  の範囲なら  $C_\alpha = 0$ ,  $\theta_a$  がそれ以外なら  $C_\alpha$  は 0 から 1 の値をとる.

$$C_\alpha = \max \left( -\frac{(\mathbf{u} - \mathbf{u}_m) \cdot \nabla\alpha}{\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_m\| \|\nabla\alpha\|}, 0 \right) \quad (3-74)$$

$$= \max (-\cos\theta_a, 0)$$

同様の試みとして, Lee and Rhee (2015)<sup>[86]</sup>は, 高速で滑走する船舶の解析において計算格子は固定の場合に, 格子サイズ  $\Delta x$  とタイムステップ  $\Delta t$  中の移動距離の和である  $\Delta x + \mathbf{u} \Delta t$  と界面の法線ベクトル  $\nabla\alpha_f$  とのなす角度  $\theta_b$  から, 式(3-75)のように  $C_\alpha$  の値を動的に計算する

ことを提案した。  $\theta_b$  が  $-180^\circ, 0^\circ, 180^\circ$  で  $C_\alpha = 1$ ,  $\theta_b$  が  $-90^\circ, 90^\circ$  で  $C_\alpha = 0$ ,  $\theta_b$  がそれ以外なら  $C_\alpha$  は 0 から 1 の値をとる。

$$C_\alpha = \sqrt{\frac{(\Delta x + \mathbf{u} \Delta t) \cdot \nabla \alpha_f}{|\Delta x + \mathbf{u} \Delta t| |\nabla \alpha_f|}} \quad (3-75)$$

$$= \sqrt{|\cos \theta_b|}$$

しかしながら、 $C_\alpha$  の汎用的な決定方法は提案されていないのが現状である。

ここまでの改良案には OpenFOAM Extend 版の開発プロジェクトによる成果も含まれるが、正規版を開発する OpenFOAM Foundation でも MULES 法の改良が進められている。OpenFOAM Ver.2.3.0 からは、MULES 法の時間微分項に、表 3.4-2 に示した陽解法だけではなく、半陰解法も選択可能(system/fvSolution に MULESCorr yes を追加)となった。これにより計算時間の短縮が期待できる。同時に、式(3-62, 63)での反復回数 nLimiterIter も 3 以外の任意数を設定可能(system/fvSolution の nLimiterIter)となった。また、式(3-39)が次式に変更された。

$$\phi_{if} = \left( C_\alpha (1 - i_{Ca}) \frac{|\phi_f|}{|\mathbf{S}_f|} + C_\alpha i_{Ca} |\mathbf{u}|_f \right) \frac{\nabla \alpha_f}{|\nabla \alpha_f|} \cdot \mathbf{S}_f \quad (3-76)$$

ここで  $i_{Ca}$ (system/fvSolution の iCalpha)は、相対速度の大きさとして  $|\mathbf{u}|_f$  をブレンドする比率である。さらに  $\alpha_f$  の計算スキームには、interfaceCompression ではなく 2 次精度の Linear の使用が推奨されている。次にリリースされた Ver.2.4.0 では、MULES 法の時間微分項のスキームとして 2 次精度の Crank-Nicolson 法が選択可能となった。続く Ver.3.0.0 では、MULES 法の時間ステップを局所的に変更できる LTS(Local Time Stepping)が導入された。これらは精度アップと計算時間の短縮につながる。

以上のように、interFoam はさまざまな改良が進められているのが現状であり、正規版でも Version が違えば解析結果が微妙に異なる可能性がある。そのため、本研究ではすべての計算を、正規版 Ver.2.1.x を用いて行った。

## 第4章 2次元数値解析

### 4.1 計算格子サイズの影響

2次元数値解析を行うにあたり、計算格子サイズの解析結果への影響を調べた。3.5節で述べたように、まず計算領域全体を正方形格子で分割した後、充填ノズル部分を削除することで、図 3.1-2 (a) の計算格子を得る。この正方形格子として、 $\Delta x (= \Delta y) = 0.20 \text{ mm}$  ( $N$ (計算格子総数) = 935,000),  $0.25 \text{ mm}$  ( $N = 599,000$ ),  $0.50 \text{ mm}$  ( $N = 150,000$ ),  $0.75 \text{ mm}$  ( $N = 68,000$ ) の4種類の計算格子サイズで行った Shear-thinning 性を考慮した牛乳の解析結果を、図 4.1-1, 2 で比較する。図 4.1-1, 2 において、左から  $\Delta x = 0.20 \text{ mm}$ ,  $0.25 \text{ mm}$ ,  $0.50 \text{ mm}$ ,  $0.75 \text{ mm}$  の解析結果である。操作条件は、表 3.1-1 の Case 1 (標準条件・押上有・搬送有) である。図 4.1-1 は、充填が約 25% 終了した  $t = 0.60 \text{ s}$ 、ノズルからの流入速度が最大となる  $t = 0.70 \text{ s}$ 、及び  $t = 0.80 \text{ s}$ 、図 4.1-2 は、充填が約 95% 終了した  $t = 0.90 \text{ s}$ 、充填完了時の  $t = 1.00 \text{ s}$ 、及び搬送動作中の  $t = 1.10 \text{ s}$  の解析結果である。図には、粘度分布と気液相分布を示した。粘度分布図での粘度分布範囲は  $\eta_{\infty}$  の 10 倍以上の高粘性領域を赤領域、 $\eta_G = 1.7 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  の空気粘度を青領域で表している。この粘度分布範囲において、牛乳の最低粘度である  $\eta_{\infty}$  は薄い青色に対応する。また、気液相分布は、黄色が気相、水色が液相である。本研究の解析対象は、気相を巻き込みながら短時間の間に複雑な流動場が形成される系であるので、再現される現象が完全に収束する計算格子サイズは非常に小さくなることが予想できる。実際、図 4.1-1 からわかるように、 $\Delta x = 0.20 \text{ mm}$ ,  $0.25 \text{ mm}$ ,  $0.50 \text{ mm}$ ,  $0.75 \text{ mm}$  の解析結果は完全に一致せず異なっている。それぞれの解析結果の特徴を考察すると、大局的には  $\Delta x = 0.20 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$  の結果が類似した特徴となり、また  $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.75 \text{ mm}$  の結果が同様に似た傾向を示している。例えば  $t = 0.60 \text{ s}$  から  $t = 0.70 \text{ s}$  にかけては、 $\Delta x = 0.20 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$  の粘度分布図では充填ノズル下の赤色の高粘性領域はわずかであるが、 $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.75 \text{ mm}$  では充填ノズル下の高粘性領域は広範囲に及ぶ。同様に、 $t = 0.80 \text{ s}$  から  $t = 0.90 \text{ s}$  での結果で見ると、 $\Delta x = 0.20 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$  では高粘性領域が中央付近で見られるが、 $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.75 \text{ mm}$  の結果では高粘性領域は中央から下部において広く分布する。またすべての時間において、 $\Delta x = 0.20 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$  では紙容器中央部から底面付近にかけて気相が多く分散しているのがわかるが、 $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.75 \text{ mm}$  では気泡の存在自体が少ない。これより、 $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$  程度以下の計算格子サイズが必要であることがわかる。

$\Delta x = 0.20 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$  の結果を詳細に比べると、両方の結果とも完全な一致はしないが、現象の考察を行う上では、同様の傾向を示していることがわかる。 $t = 0.60 \text{ s}$  から  $t = 0.70 \text{ s}$  にかけては、両結果とも多くの気相を取り込み、紙容器底面付近で多数の気泡が存在し、低粘性領域が形成されている。 $t = 0.80 \text{ s}$  から  $t = 0.90 \text{ s}$  では、中央部付近に高粘性領域が集中し、気液界面付近及び紙容器下部付近で低粘性領域が形成される。このように粘度分布と気液相分布の両方で、 $\Delta x = 0.20 \text{ mm}$  と  $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$  の結果は、良く傾向が一致した



解析結果となることがわかる。

$t=1.00$  s までの現象を解析するために要した CPU 時間(Intel Xeon W5590 3.33GHz の 1CPU 4 コアのうちの 1 コアを使用)は,  $\Delta x = 0.20$  mm, 0.25 mm, 0.50 mm, 0.75mm の計算格子に対して, それぞれ 2,012 h, 1,157 h, 57 h, 7 h であった. 計算格子サイズに依存した解析結果の比較と計算に要する CPU 時間を検討した結果, 実用的範囲の CPU 時間で牛乳の充填流動の特徴を十分に再現可能な計算格子サイズとして  $\Delta x = 0.25$  mm が適当であると判断し, 以降の 2 次元数値解析では  $\Delta x = 0.25$  mm の格子サイズを設定した.

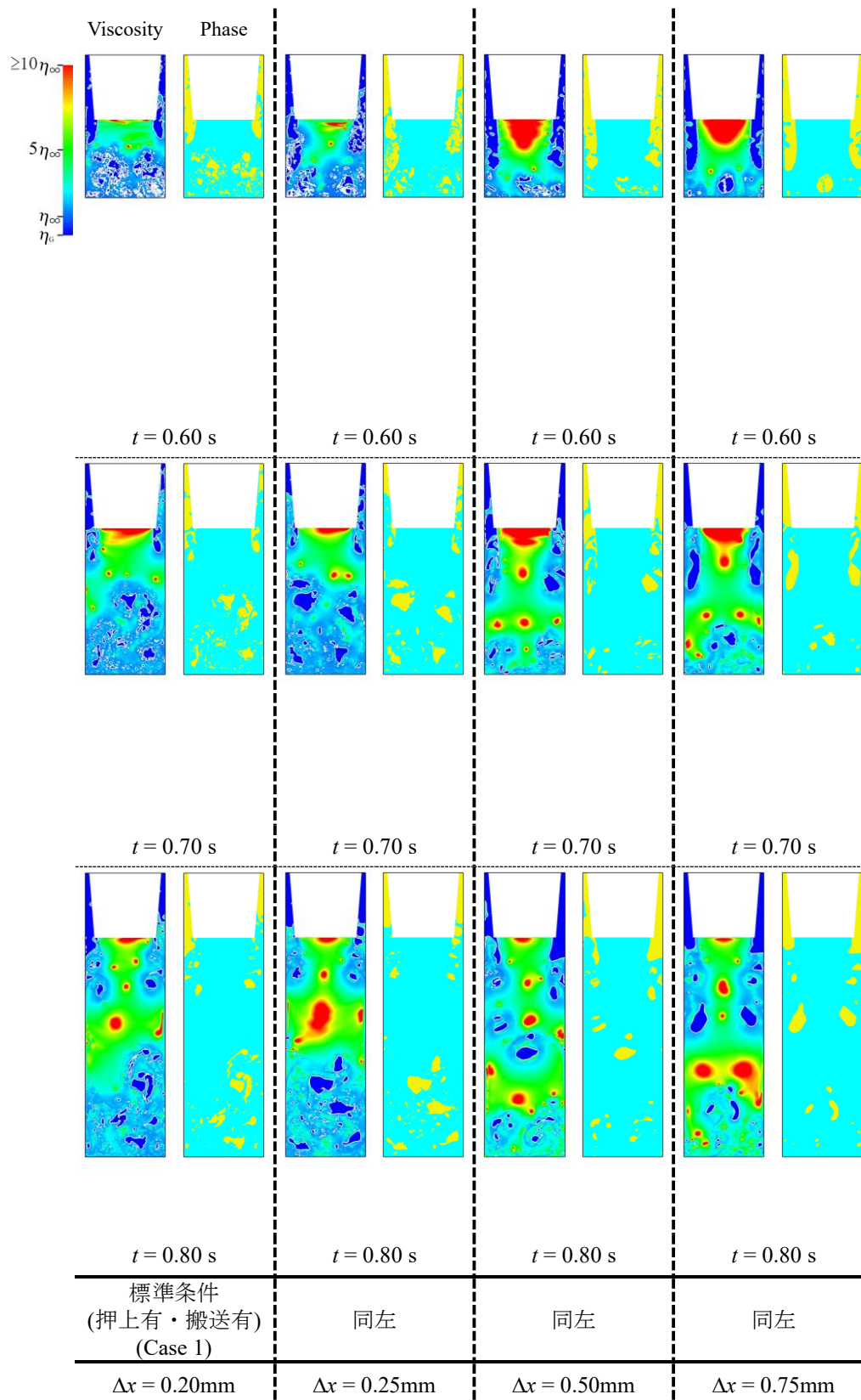


図 4.1-1 計算格子サイズの影響 (2次元)

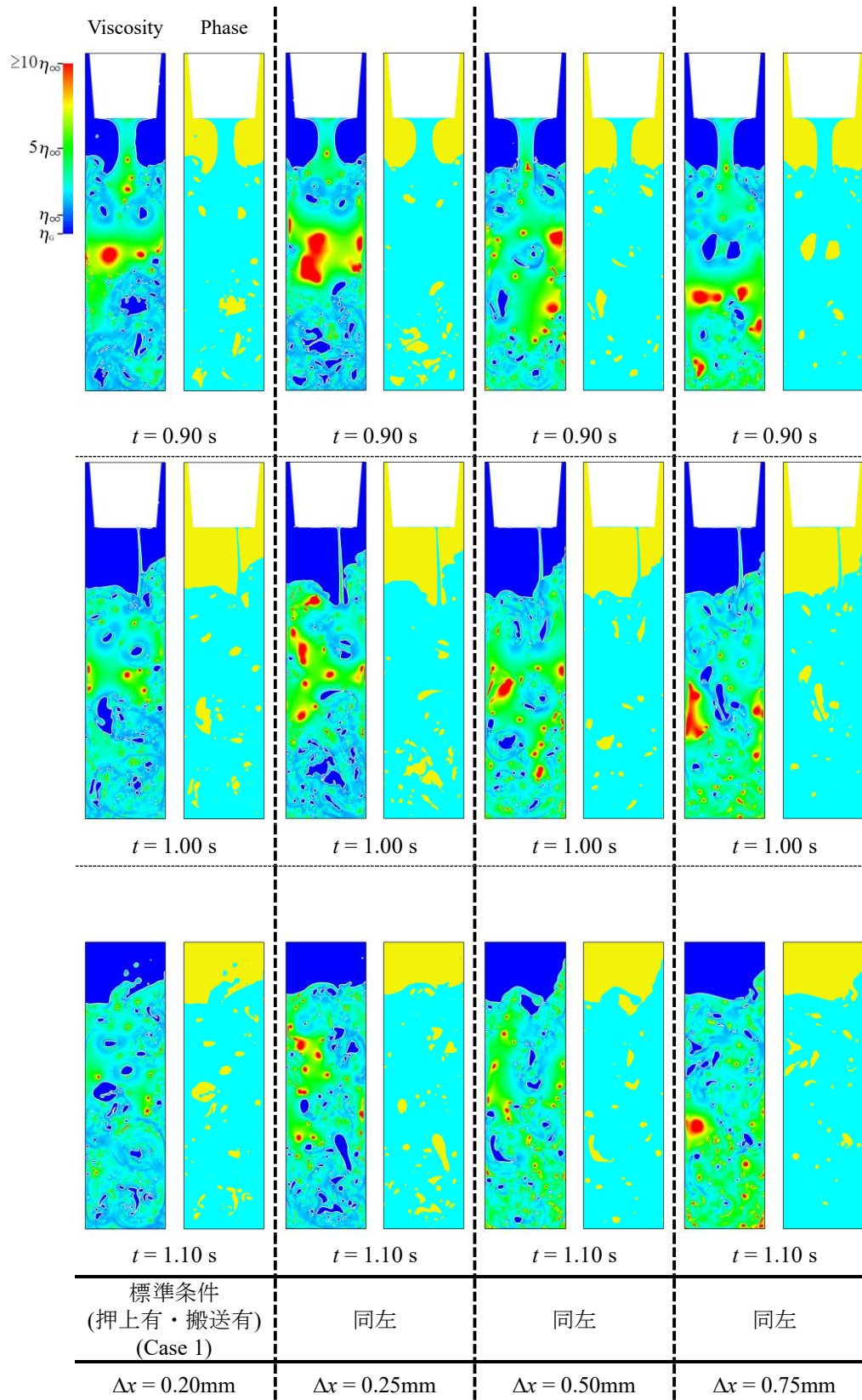


図 4.1-2 計算格子サイズの影響 (2次元)

## 4.2 非ニュートン性の影響

牛乳の持つ非ニュートン性が、紙容器内の流動ダイナミクスに与える影響について、検討した。Shear-thinning性を考慮した牛乳の数値解析とともに、比較のために $\eta = \eta_{\infty}$ 、 $\eta = 5\eta_{\infty}$ 、 $\eta = 10\eta_{\infty}$ で粘度を一定としたニュートン流体を仮定した解析も行った。これまで牛乳などの乳製品の流体数値解析において、ニュートン流体と仮定した報告<sup>[87,88]</sup>と、非ニュートン性を考慮した報告<sup>[89,90]</sup>が存在する。Shear-thinning性を考慮した牛乳とニュートン流体を仮定した解析結果を比較することで、Shear-thinning性の影響が顕著になる。図 4.2-1 と図 4.2-2 に牛乳充填時における解析結果を示す。なお、ニュートン流体仮定の解析では、物性値は粘度のみを変更した。操作条件はすべて、表 3.1-1 の Case 1 である。図 4.2-1, 2 において、左から $\eta = \eta_{\infty}$ 、 $\eta = 5\eta_{\infty}$ 、 $\eta = 10\eta_{\infty}$ 、牛乳の解析結果である。

図 4.2-1 の上段は $t = 0.60$  s、下段は $t = 0.70$  s(流入速度が最大)の結果である。また、図 4.2-2 の上段は $t = 0.09$  s、下段は $t = 1.00$  s(充填終了時)の結果である。それぞれの解析結果には、粘度分布、気液相分布、流動状態(速度ベクトル図)の 3 種類を示した。粘度分布範囲は $\eta_{\infty}$ の 10 倍以上の高粘性領域を赤領域、 $\eta_G$ を青領域で表す。気液相分布は、黄色が気相、水色が液相である。ベクトル・スケールの目安は、 $t = 0.70$  s(図 4.2-1)でのノズルからの流入速度ベクトルが $V_{\max} = 1.36$  m/s に対応している。

まず、 $t = 0.60$  s(図 4.2-1)について考察する。 $t = 0.60$  s は図 3.1-1 の動作曲線からわかるように、ノズルから牛乳が流入を開始してから 0.2 s 後に対応し、ノズルからの牛乳の流入は最大流速には達しておらず、紙容器を押下げながら充填を行うため、紙容器容量の約 25% 程度に牛乳が充填されている状態である。Shear-thinning性を考慮した牛乳の解析から、ノズル入口付近を除いて牛乳の粘度が大きく変化していることがわかる。牛乳の流入は一様流であるため速度勾配がなく、そのためノズル付近では高粘性領域が形成される。 $t = 0.60$  s までにノズルから流入した牛乳は、鉛直方向下向きに紙容器底面まで流入し、底面に直接衝突する。底面付近の気泡はこの時に液相に取り込まれて形成されたものであり、気泡周りは低粘性領域となっている。これは速度ベクトル図からわかるように、気泡周りでは気泡の存在によって液相の流れが非常に乱れていることにより、剪断速度の点からは高剪断域が形成されることに起因する。衝突した牛乳の一部は、複雑な気液界面を形成しながら紙容器の左右壁面に沿って上昇し、ノズル横の空間まで達する。ニュートン流体系の解析結果も、流体の流入挙動は基本的に同じである。しかし、流体流入後に形成される気液界面形状の乱れは、 $\eta = \eta_{\infty}$ 、 $\eta = 5\eta_{\infty}$ 、 $\eta = 10\eta_{\infty}$ と粘度が高くなるにつれ、牛乳よりも小さくなる。

ここで注目すべき点は、ノズル横の空間に存在する液相である。牛乳とニュートン流体系のすべてで、ノズル横の空間に気液界面から跳ねた液相(気相中に飛散した液滴)の存在が確認できる。牛乳と $\eta = \eta_{\infty}$ のニュートン流体では、 $t = 0.60$  s 以前に解析領域より飛び抜けた液滴も存在し、非常に高い位置まで液相が跳ねている。牛乳の場合、気液界面から跳ね上がった液相の体積が大きく、 $\eta = \eta_{\infty}$ のニュートン流体は、跳ね上がった液相が小さな液滴に分裂して存在する。逆に最も液相位置が低いのは $\eta = 10\eta_{\infty}$ のニュートン流体であり、跳ね上が

った液相の体積も小さい。ノズル横の空間にある液相の存在は、液跳ねが生じた結果であり、これは流入された液体が紙容器底面と衝突した際の流体挙動に密接に関係している。  $\eta = 5\eta_{\infty}$  及び  $\eta = 10\eta_{\infty}$  のニュートン流体では、牛乳や  $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体に比べると粘度が高いため、紙容器の左右壁面に沿って上昇する流動が抑制され、その結果として液跳ね量(液相の体積)が小さくなる。

$t = 0.70$  s (図 4.2-1)は流入開始から 0.3 s 後で、流入速度は最大となり、紙容器の約半分に充填されている状態である。牛乳の解析結果を見ると、ノズル付近では  $t = 0.60$  s よりも広範囲に高粘性領域が形成されている。左右壁面に沿って上昇した牛乳は、ノズルから流入した牛乳と接触・合一し、その際に牛乳の間の気相が液相中に取り込まれる。これが  $t = 0.70$  s の紙容器中央部の左右に存在する大きな気泡となる。紙容器中央部から底面にかけての気泡周りは、低粘性領域となっている。ノズルから紙容器中央部にかけては、ノズルから流入してきた牛乳が若干広がって流れるが、気泡が存在せず、ほぼ流速の速い液相だけの流れとなるため比較的粘度の高い領域となる。ニュートン流体系はどの粘度も、牛乳のような紙容器中央部左右の大きな気泡が存在しない。これは  $\eta = 5\eta_{\infty}$  及び  $\eta = 10\eta_{\infty}$  のニュートン流体では、流体粘度が高いため紙容器の左右壁面に沿って上昇する速度が遅いため、ノズルから流入したニュートン流体と紙容器の中央部付近より下部で接触・合一することが原因である。そのため取り込まれる気泡体積は小さい。 $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体では、ノズルから流入した流体が紙容器底面と衝突した際に小さい気泡として多くの気相を液相中に取り込むため、細かい気泡を多く含んだ状態となる。

$t = 0.90$  s (図 4.2-2)では、紙容器の約 95%程度に牛乳が充填された状態であり、紙容器は押下げ動作中にある。この時点では充填ピストンは減速中であり、ノズル流入速度は非常に小さくなる。流動状態に関しては、どの場合も特徴は類似している。ノズルの中央部から牛乳が低速で流入するだけの状態となっており、その影響で液相の流速は全体的に小さくなる。これより、ノズルの流入速度の影響は液相内に直ちに反映されることがわかる。また、気液界面形状は、それぞれの流体系で若干異なるが、液跳ねもなく複雑な界面形状と言うほどではない。その一方で、どの場合も液相に比較して気相速度が大きくなっているのが特徴的である。これは、この時点では紙容器の押下げ動作が継続しており、上面の大気開放部分からの気相の流入が続いていることに起因する。牛乳の粘度分布に関しては、ノズル部では、牛乳流入が止まりつつあるために速度勾配が存在し、粘度の低下が見られる。紙容器内では、先の結果と同様に気泡周りで粘度が低下し、その他では比較的粘度が高い領域が形成されている。

$t = 1.00$  s (図 4.2-2)は、紙容器が完全に元の位置(搬送コンベア)に戻り充填が終了した状態であり、同時に搬送動作(左方向へ移動)が開始した時点である。牛乳供給が止まっているため、ノズルからの牛乳流入はないが、牛乳の垂れが見られる。どの場合も、全体としては液相内の流動が急速に抑えられている。しかし、気泡周りには、これまでと同様に気泡を横切る流動場が形成され、気泡周りの複雑な流動場の存在が明白に観察できる。 $t = 0.60$  s から

$t = 0.90 \text{ s}$  では、気泡上昇により誘起される速度と流入する液相速度の相互の影響により複雑な流動場が形成されたとしたが、 $t = 1.00 \text{ s}$  でも同様であると推測できる。気液界面はどの場合も少し複雑な形状となり右側が上がっているが、これは搬送動作が開始(図において左方向に搬送される)している影響である。また、この時点では解析系上部気相側での大きな流れが引き続き存在しているのを確認できる。牛乳の粘度分布に関しては、これまでと同様に液相の流動がかなり抑えられているために、全体的に比較的粘度が高い領域が存在するが、気泡周りでは複雑な流れが存在するために低粘性領域が形成される。気液界面付近の低粘性領域は、気泡の存在により誘起される流れと気液界面形状の乱れに起因する流れの複合的要素により形成されていると予想できる。気液界面付近での低粘性領域の形成は、気液界面形状の乱れを抑制する観点からは好ましくない。ニュートン流体系と牛乳の相違は、先に述べたように液体が紙容器に導入された時点では紙容器底面との衝突後の挙動において顕著であり、その相違が液跳ねと気泡の形成に反映された。十分に牛乳が紙容器内に充填された  $t = 1.00 \text{ s}$  の段階では、それほど顕著な相違は観察されない。

牛乳の充填が終了すると、紙容器上部シール過程への搬送動作に移る。図 3.1-1 の動作曲線からわかるように、充填動作終了とほぼ同時に搬送動作が開始される。これは、ノズル真下に押下げられた紙容器が水平方向に運ばれ、次の空の紙容器がノズル下に運ばれることを意味する。その後、搬送動作が停止するが、この停止時に次の紙容器への牛乳充填が行われる。牛乳の充填が完了すると、ノズル真下から水平方向に運ばれるが、先に停止していた牛乳が満たされた紙容器も同様に水平方向に搬送され、再度停止する。この動作を繰り返して、紙容器上部シール過程に搬送される。この一連の繰り返し搬送において、搬送動作中は牛乳が満たされた紙容器全体に水平方向に加速度が掛かり、牛乳をスロッシングさせることになる。

図 4.2-3 に牛乳搬送時における解析結果を示す。図 4.2-3 の上段は  $t = 1.20 \text{ s}$  での結果、下段は  $t = 1.50 \text{ s}$  の結果である。 $t = 1.20 \text{ s}$  は搬送移動中に対応し、 $t = 1.50 \text{ s}$  では次の紙容器に牛乳が充填されているために、対象とする紙容器は停止している。図 4.2-1 と同様に、 $\eta = \eta_\infty$ 、 $\eta = 5\eta_\infty$ 、 $\eta = 10\eta_\infty$  で粘度を一定としたニュートン流体に対する解析結果も合わせて示した。 $t = 1.20 \text{ s}$  と  $t = 1.50 \text{ s}$  の解析結果の比較からわかるように、どの場合も気液界面がスロッシングしている。図ではわからないが、牛乳の気液界面は搬送移動中と搬送停止中の双方で複雑な挙動を示し、気液界面から液滴が飛び出す現象も観察された。 $\eta = \eta_\infty$  のニュートン流体系も牛乳と同様の挙動を示すが、液揺れは牛乳よりも若干小さく、液滴の飛び出しは無かった。 $\eta = 5\eta_\infty$ 、 $\eta = 10\eta_\infty$  のニュートン流体系は、搬送移動中は液揺れが大きくなるが、搬送が停止すると液揺れは速やかに収まり、粘度の影響が顕著に現れた。また、他の特徴として、液相中に分散する気泡が短時間の間に紙容器上部の方向に移動しているのがわかる。液相の流動は、時間とともにさらに小さくなるが、搬送過程では気相側の流動も劇的に小さくなっているのがわかる。気相の流動では、 $t = 1.50 \text{ s}$  で  $\eta = 10\eta_\infty$  のニュートン流体系の気相に循環流が残っている。これは気液界面で気泡が破裂した際に、紙容器上部の空間に存在

した循環流を加速し、気相速度の減衰が遅れたためである。牛乳の粘度を見ると、高粘性領域(赤色)が減少し、 $5\eta_{\infty}$ 程度の粘度領域が大半を占めるようになる。また、充填時の牛乳流動の特徴と同様に、上昇運動する気泡周りでは粘度が大きく低下している。したがって、一連のプロセスにおいて、液相中の気泡は牛乳の粘度を低下させる役割をしていると言える。

充填を終えた紙容器は、移動と停止を繰り返し紙容器上部シール過程へ搬送されるが、充填ノズル部から紙容器上部シール過程までは距離があり、紙容器内の牛乳の流動は、時間とともに収まる方向に向かう。図 4.2-4 にさらに時間が進んだ  $t = 2.00$  s (上段)及び  $t = 3.00$  s (下段)における解析結果を示す。両時間とも、停止していた紙容器が再度搬送を始めた時に対応する。牛乳充填から時間が経過しているため、液相速度はどの場合も小さい。搬送が開始されたばかりのため、気液界面が若干、右側に上がっている。牛乳から詳細に見ると、 $t = 2.00$  s の気液界面中央部の凸部、及び  $t = 3.00$  s の気液界面中央部の凹部は、気泡が破裂したことによる影響である。 $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体では、 $t = 2.00$  s は大きな気泡が上昇して気液界面に達した瞬間であり、気液界面の乱れが大きい。 $\eta = 5\eta_{\infty}$ 、 $\eta = 10\eta_{\infty}$  のニュートン流体系も、 $t = 2.00$  s では大きな気泡が気液界面に達した瞬間であるが、気液界面の乱れは  $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体に比べるとずっと小さい。これは流体が高粘性であることに起因する。また、液相中の気泡量を比較すると、 $t = 2.00$  s ではどの流体も多数の気泡が存在するが、 $t = 3.00$  s では  $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体で、他の系よりも多数の気泡が存在していることがわかる。これは、 $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体では、液相中の気泡が小さく上昇速度が遅いことに起因し、牛乳や  $\eta = 5\eta_{\infty}$ 、 $\eta = 10\eta_{\infty}$  のニュートン流体系は、 $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体よりも粘度は高いものの液相中の気泡が大きいため、結果的に気泡上昇速度は大きくなり、界面から気相中に早く抜ける。

以上のように、高粘性流体系では乱れた流れは早く抑制されることを明確に確認でき、流体粘性の影響は非常に大きいことがわかる。液相中の気泡は、粘度が低いほど大きさが小さいものが増え、気液界面に達するまでの時間も長くなる。気泡が気液界面に達したときに発生する気液界面の乱れも、粘度が低いほど広範囲に及ぶこととなる。牛乳の場合は、牛乳中の気泡の体積が大きいことと、その気泡の存在により低粘性領域が広範囲に存在することにより、 $t = 3.00$  s でも気液界面形状は安定していないが、これ以降は気泡が界面を通して気相中に抜け、流動場が安定し高粘性領域が拡大することが予想できる。

牛乳搬送過程における各流体間でのスロッシング挙動の相違をより明確にするために、気液界面挙動の時間変化を図 4.2-6 に示す。図 4.2-5 の赤色の矢印のように、左右の壁面から 5 mm の位置での、紙容器底面から気液界面までの距離を気液界面高さとする。図 4.2-6 (a) は左壁面から 5 mm の位置での気液界面高さの時間変化、図 4.2-6 (b) は右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さの時間変化を表している。気液界面高さの時間変化は、牛乳の充填が終了した時間である  $t = 1.00$  s 以降で示している。図より、どの流体も気液界面の高さは不規則に変化しており、紙容器内のスロッシング挙動は複雑であることを確認できる。時間とともに気液界面位置が下がっているのは、液相中の気泡が徐々に抜けていくためである。

$t = 2.00$  s 付近までは、この気泡の抜けによる気液界面形状の乱れと搬送によるスロッシングとが同時に発生するため、気液界面高さは粘度によって異なる。 $t = 2.00$  s 以降はほぼスロッシングのみとなり、粘度による差は小さくなる。次に各流体の挙動を比較する。大まかには、 $t = 1.00$  s から  $1.50$  s と  $t = 2.00$  s から  $2.50$  s が搬送移動中であり、 $t = 1.50$  s から  $2.00$  s と  $t = 2.50$  s から  $3.00$  s が搬送停止中となる。牛乳の気液界面は、 $t = 1.00$  s から  $2.00$  s では搬送移動中と停止中の双方で同程度の液揺れが発生している。牛乳中には大きな気泡が多数存在しており、これらの気泡が気泡運動により誘起された粘度低下によって比較的粘低性となった気液界面を通して気相中に抜けるため、気液界面は乱れやすい。これが、移動時と停止時の液揺れに影響を与えている。気泡がほぼ抜けた  $t = 2.00$  s から  $3.00$  s では、気液界面の挙動は他のニュートン流体とほぼ同じで、搬送移動中は大きく揺れるものの、停止中は揺れが収まる。 $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体も牛乳と同様の傾向を示すが、液揺れは牛乳よりも小さい。 $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体は牛乳よりも粘度は低いが、液相中に存在する気泡が小さいために上昇速度も遅く、気泡体積も少ないので、気液界面から気泡が抜ける影響は牛乳よりも若干小さくなったと考えられる。 $\eta = 5\eta_{\infty}$  と  $\eta = 10\eta_{\infty}$  のニュートン流体系は、牛乳や  $\eta = \eta_{\infty}$  のニュートン流体系に比べると高粘度で一定であることから、気泡が抜けることによる影響を受け難いと考えられる。これは、気泡が気液界面から抜ける頻度が多い  $t = 1.00$  s から  $2.00$  s と気泡の抜ける頻度が少なくなる  $t = 2.00$  s から  $3.00$  s の挙動が、よく似た形状であることからわかる。 $t = 3.00$  s 以降も搬送移動と搬送停止を繰り返すが、各流体の気液界面の挙動は  $t = 2.00$  s から  $3.00$  s とほぼ同じになると考える。

このように牛乳充填過程の流動現象を把握するためには、牛乳の Shear-thinning 性を考慮することが重要となり、牛乳の紙容器への充填過程の流動ダイナミクスは、粘度を一定としたニュートン流体系とは異なる流動ダイナミクスを示す。すなわち、牛乳の流動現象を評価する上で Shear-thinning 性を無視することはできず、局所変化する Shear-thinning 性を把握するためには、数値解析評価が有効となると言える。



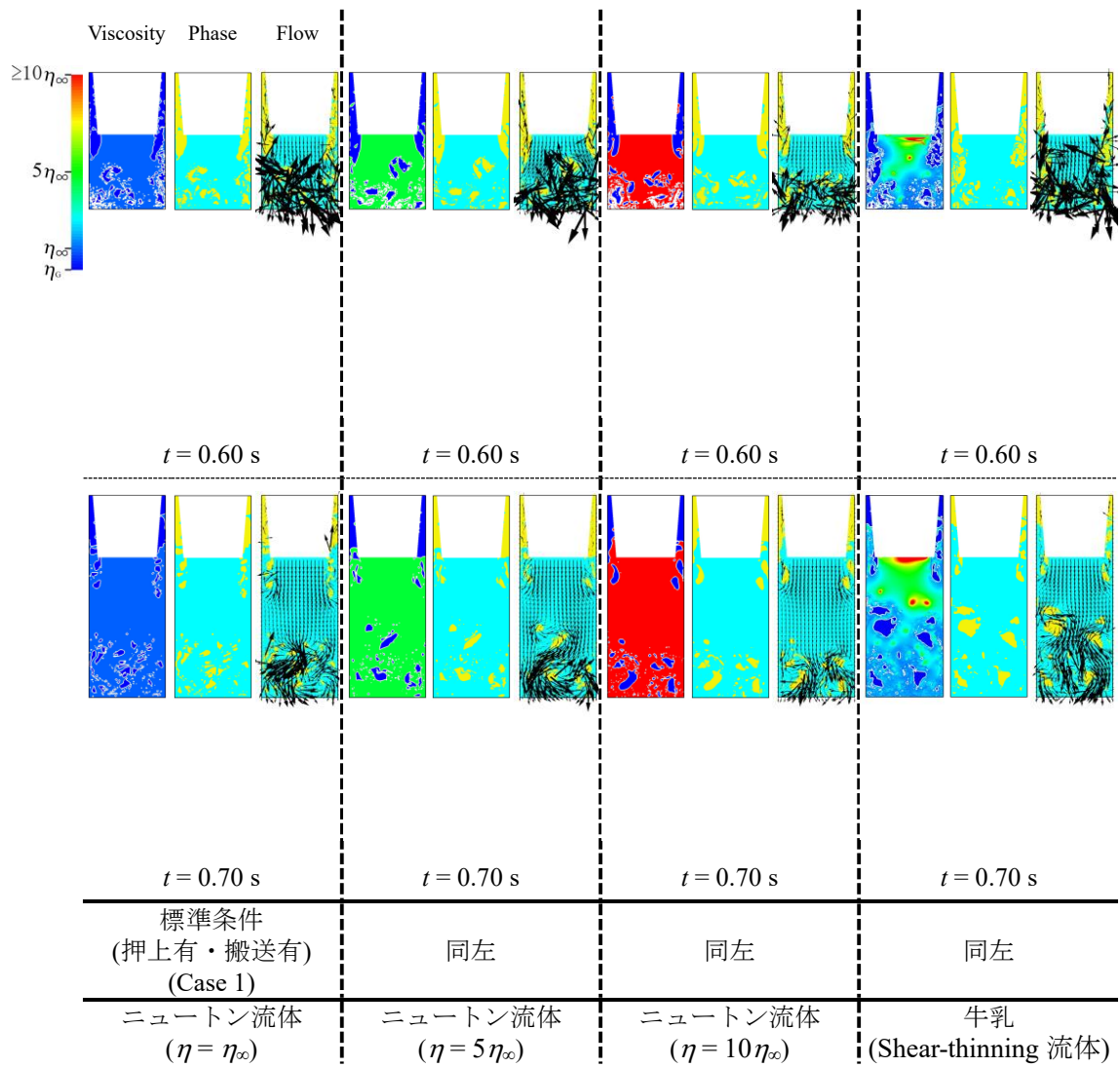


図 4.2-1 牛乳とニュートン流体の解析結果 (2次元)

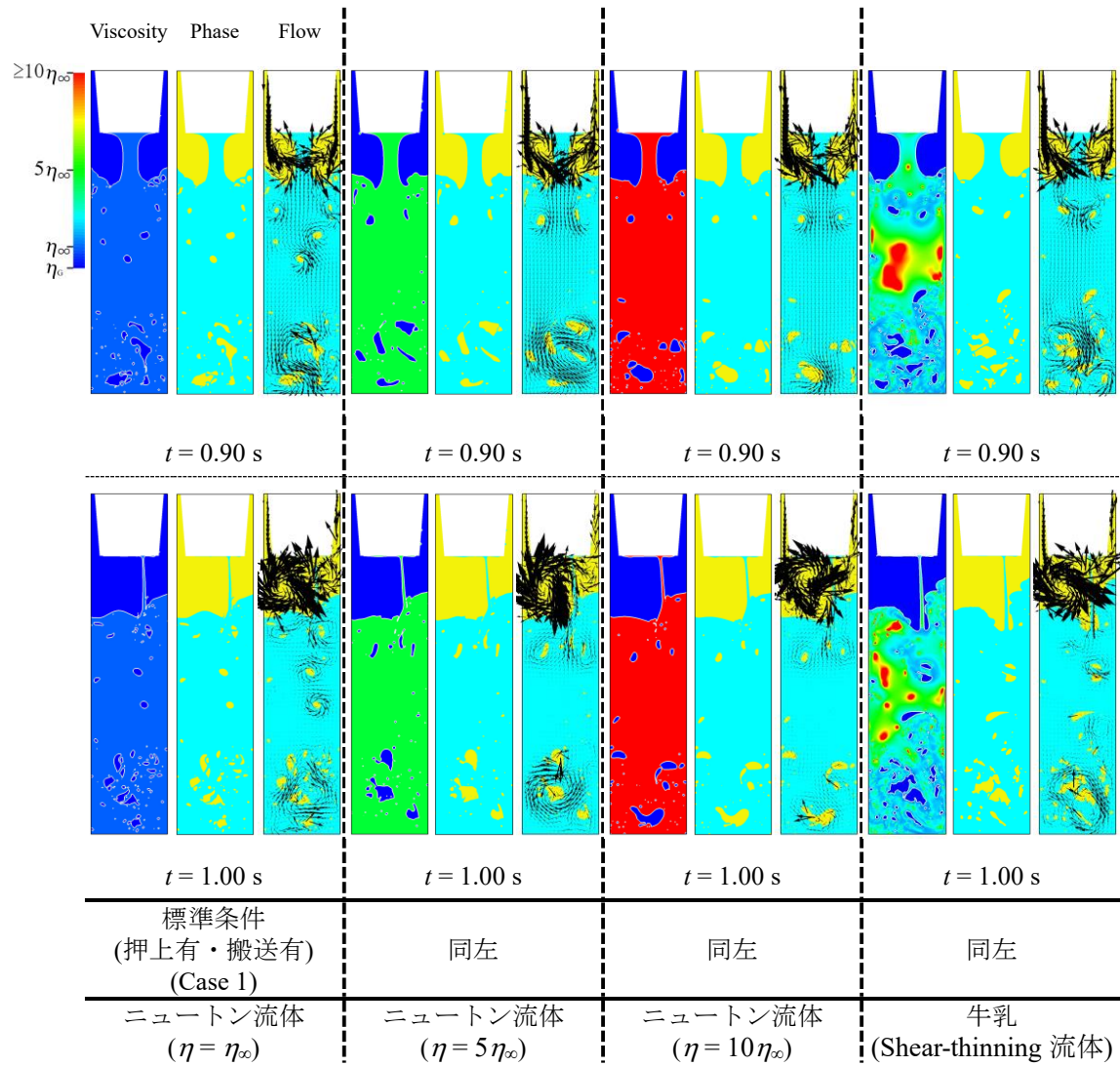


図 4.2-2 牛乳とニュートン流体の解析結果 (2次元)

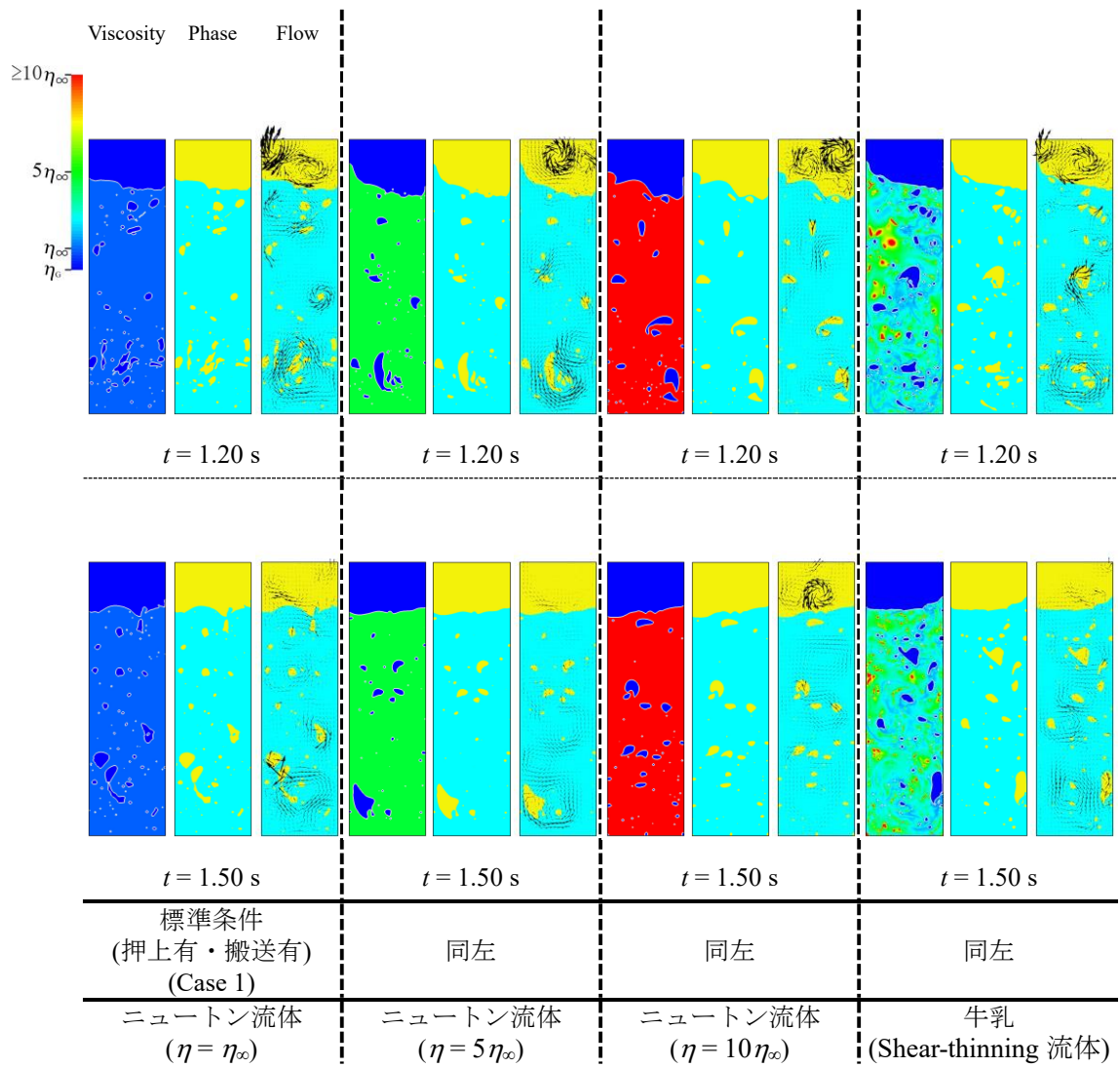


図 4.2-3 牛乳とニュートン流体の解析結果 (2次元)

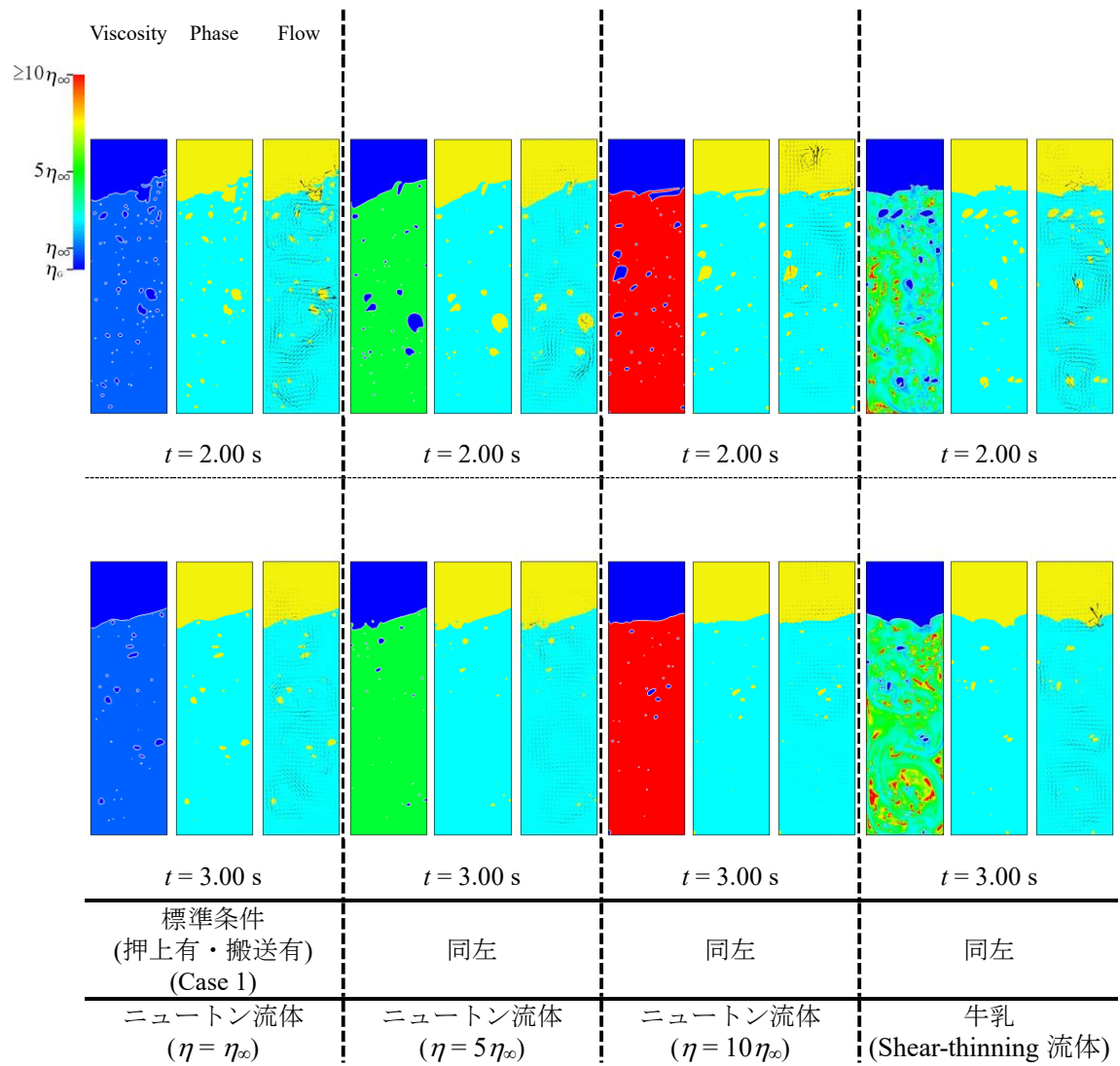


図 4.2-4 牛乳とニュートン流体の解析結果 (2次元)

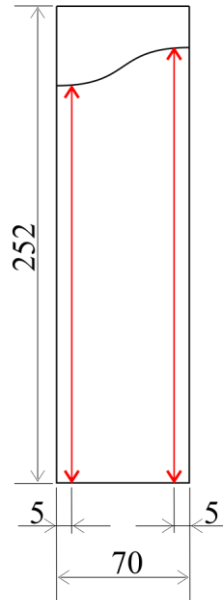
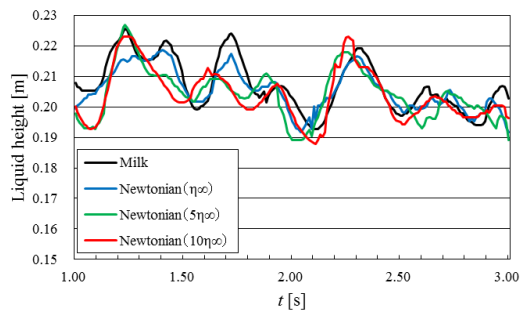
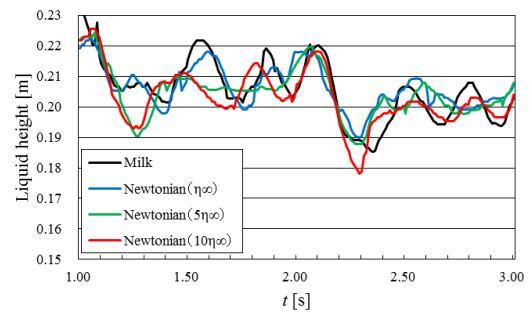


図 4.2-5 気液界面高さの位置 (2次元)



(a) 左壁面から 5 mm の位置での  
気液界面高さ



(b) 右壁面から 5 mm の位置での  
気液界面高さ

図 4.2-6 牛乳とニュートン流体の気液界面高さの時間変化 (2次元)

### 4.3 押上げ・押下げ動作の効果

紙容器の押上げ・押下げ動作の効果調べた。操作条件では、表 3.1-1 の標準条件で搬送動作のみを与えない Case 2 と、標準条件で押上・搬送動作を与えない Case 3 との比較となる。Case 3 は、紙容器を静止させた状態で充填動作のみを行う Case である。両 Case とも搬送動作を与えないのは、押上げ・押下げ動作の有無のみを検証するためである。

図 4.3-1 と図 4.3-2 に、押上有の Case 2 と押上無の Case 3 の解析結果の比較を示す。解析結果は、図 4.2-1 と同様に粘度分布図、気液相分布図、流動状態(速度ベクトル図)の 3 種類であり、粘度分布図での粘度の変化範囲、ベクトル・スケールも図 4.2-1 と同じである。

時間ごとの特徴について見ると、まず  $t=0.50$  s は充填開始直後であり、左の押上有の Case 2 では、紙容器押上げによる気相の流れが、充填ノズルから流入してきた牛乳の先端部を左右に広げている。右の押上無の Case 3 では押上げによる気相の流れがないため、牛乳の先端部の形状は押上有の Case 2 ほど広がっていない。

$t = 0.60$  s では、押上有の Case 2 の気液相分布では、紙容器底面に衝突した牛乳がノズル横まで跳ね上がり、底面付近には衝突によって発生した気泡が見られる。押上有の Case 2 の速度ベクトル図では、衝突により大きな速度が発生しており、粘度分布では、気液界面付近と気泡回りが低粘度になっているのがわかる。一方、押上無の Case 3 では、牛乳は紙容器底面までは達しておらず、牛乳先端部は表面張力によって 1 つにまとまり、粘度分布は、ノズル周辺と牛乳先端部の一部の粘度が高い以外はほぼ一様である。押上無の Case 3 の速度ベクトル図を見ると、牛乳が流入する分、ノズル横から気相が紙容器上部に抜けているのがわかる。

次の  $t = 0.70$  s では、ノズルからの流入速度が最大となる。押上有の Case 2 の気液相分布ではノズル横への液跳ねが残っており、速度ベクトル図では気泡周りでの複雑な流動が見られる。押上有の Case 2 の粘度分布では、この気泡によってノズル周辺以外のほとんどが低粘性領域となっている。押上無の Case 3 の  $t = 0.70$  s は底面に牛乳が衝突した直後となるが、 $t = 0.60$  s の押上有の Case 2 のような気泡の発生は見られない。これは、牛乳が紙容器底面と衝突する際の牛乳先端部の形状の違いによると考えられる。 $t=0.50$  s の押上有の Case 2 のように先端部が左右に広がった形状だと、衝突時にその間の気相が気泡となって牛乳中に残るが、 $t = 0.60$  s の押上無の Case 3 のように 1 つにまとまっていると、衝突した牛乳は低粘度にはなるものの、気泡を発生させずに底面から側面へと壁面に沿って流動している。

$t = 0.80$  s を見ると、押上有の Case 2 の粘度分布では、ノズルから紙容器中央部にかけての気泡がない部分に高粘性領域が形成される。逆に紙容器中央部より底面にかけては衝突時の気泡が残っており、気泡回りでの複雑な流動により低粘性領域となっている。一方の押上無の Case 3 では、ノズルから流入した牛乳と紙容器側面を上昇した牛乳とが接触をし始め、速度ベクトル図から双方の速度は非常に大きいことがわかる。

$t = 0.90$  s は充填がほぼ終了した状態である。押上有の Case 2 では紙容器底面付近の気泡回りに流動が見られるものの、気泡の上昇は始まっておらず、気液界面形状は安定している。

一方の押上無の Case 3 では、 $t = 0.80 \text{ s}$  で見られた牛乳中の大量の気相が、ノズルから流入する下向きの牛乳と左右壁面に沿って上昇する牛乳との間で混合され、複雑な形状となる。速度ベクトル図から非常に複雑な流動が発生しているのを確認できる。この流動により、底面付近の気泡のない部分以外は低粘性領域である。

$t = 1.10 \text{ s}$  は本来なら搬送動作中になるが、ここでは搬送動作を与えていないため、押上有の Case 2 では気泡の上昇があるものの、気液界面はほぼ水平となっている。これに対して押上無の Case 3 では、液相中に大量の気相が残り、気泡形状も依然として複雑となっている。搬送動作を与えていないにもかかわらず、液相中の気相が上昇することで、紙容器上面から液相が流出している。流出によるトップシール面への充填液の付着は、液跳ねによる付着とは比較にならないほど広範囲となるため、流出は最も避けたいこととなる。

これらの結果から、Case 2 のように押上げ動作を行うと、充填開始時に紙容器底面に衝突した液相の液跳ねと気泡とが発生するものの、充填後半では液相の流動は安定し、気泡が上昇することに起因する流動のみとなる。一方で押上げ動作を行わない場合、液相中に発生する気相の形状や流動は非常に複雑となり、液相中の大量の気泡が上昇することに起因して、充填後に紙容器から液相が流出する。牛乳充填は紙容器内の空気と牛乳との置換を意味しているが、高速で安定した充填を行うには、押上げ動作は不可欠であると言える。

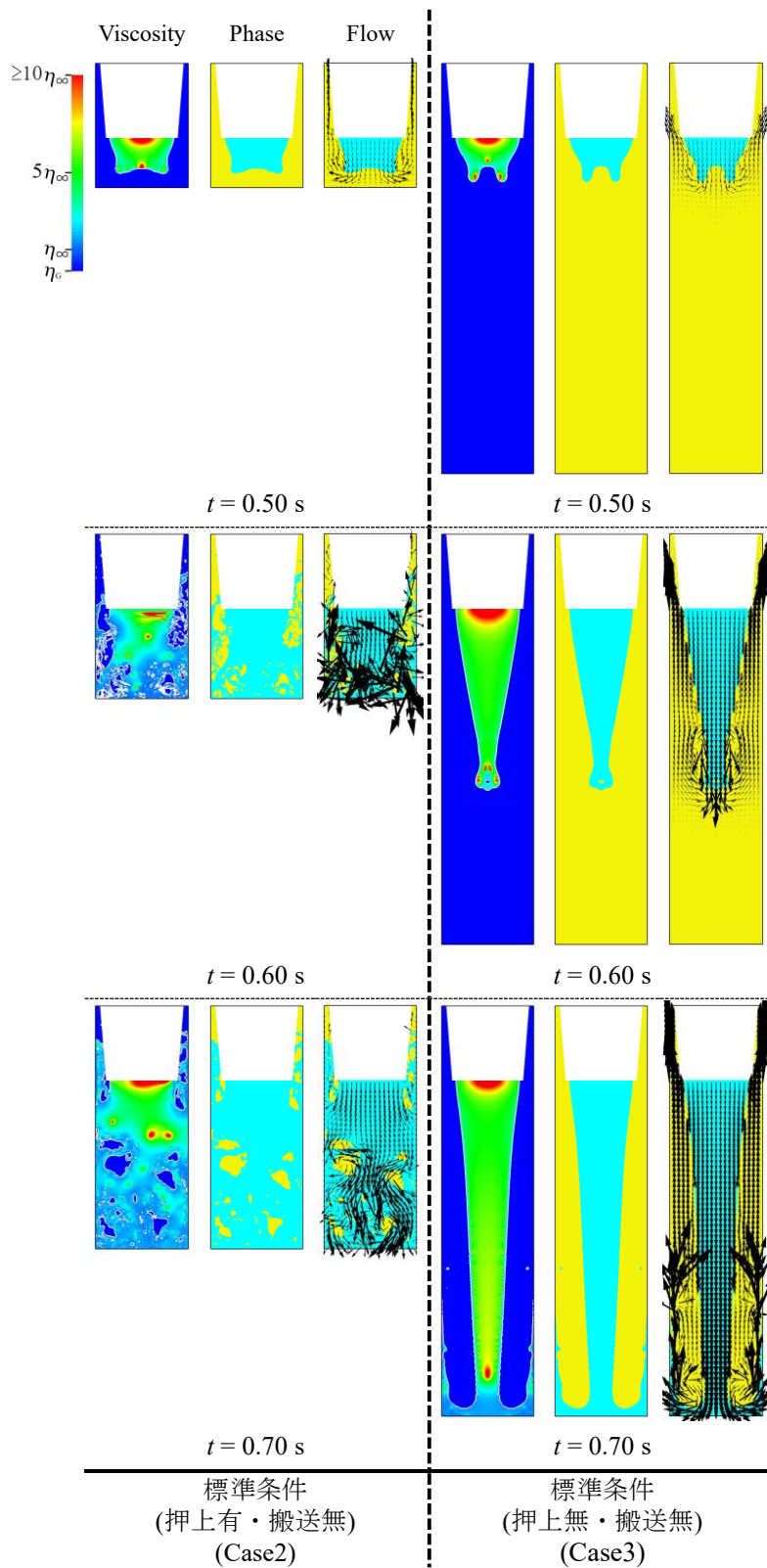


図 4.3-1 押上げ・押下げ動作の効果の解析結果 (2次元)



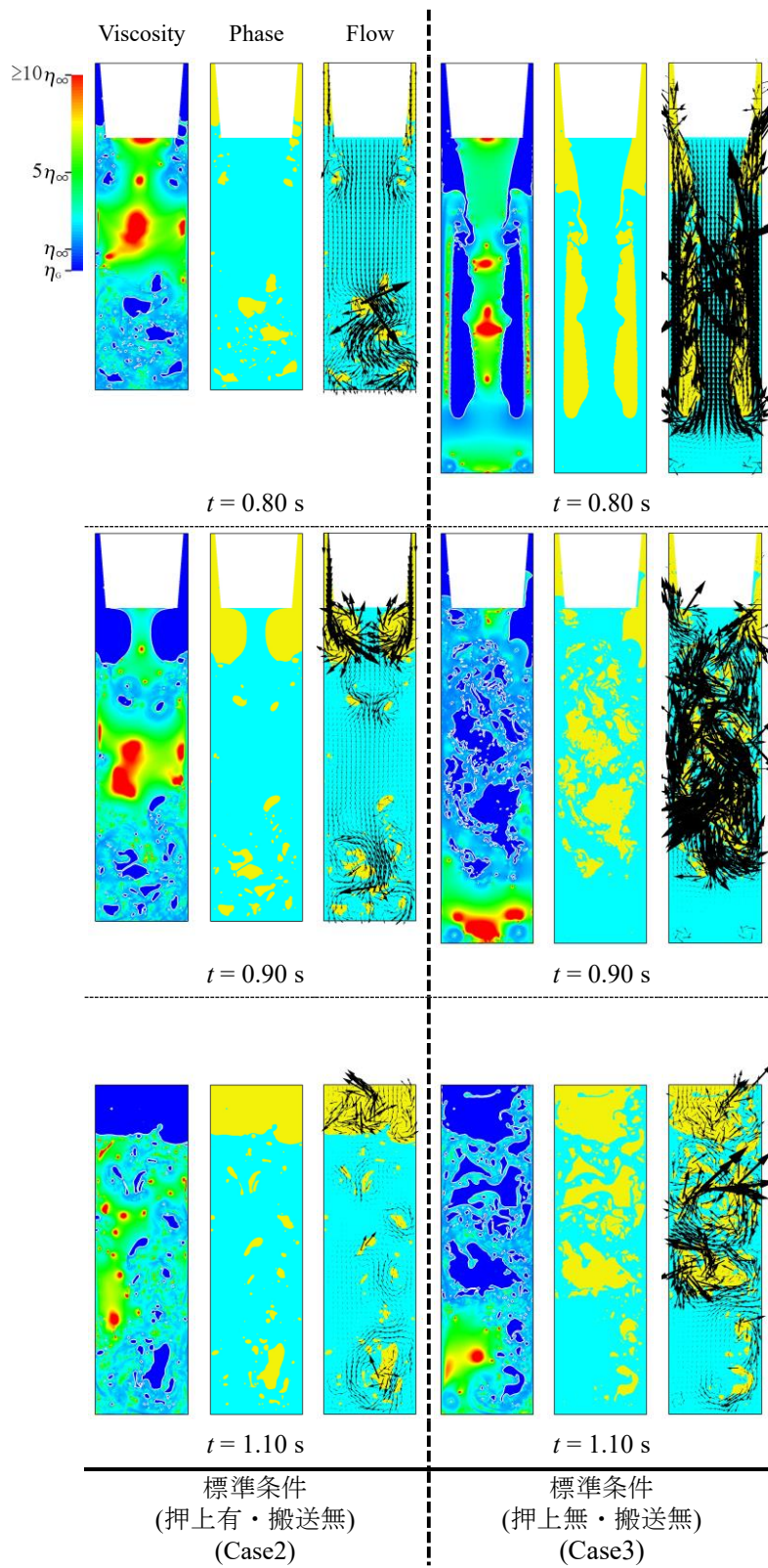


図 4.3-2 押上げ・押下げ動作の効果の解析結果 (2次元)

#### 4.4 充填能力の影響

対象とする充填装置の充填能力は、標準条件で 1 ノズル当たり 3,500 本毎時であり、図 3.1-1 で Standard condition として示したように、1 サイクル 1.03 s で 1 本の牛乳の充填を行う。これを充填能力 1.0 倍とし、充填能力が 0.8 倍である条件 1 (図 3.1-1 の Condition 1) 及び充填能力が 1.2 倍である条件 2 (図 3.1-1 の Condition 2) の 3 条件の解析結果を比較した。これらは表 3.1-1 の操作条件では、標準条件が Case 2, 条件 1 が Case 4, 条件 2 が Case 5 に相当する。図 3.1-1 のように、条件 1 では 1 サイクルは 1.29 s, 条件 2 では 1 サイクルは 0.86 s となる。図 4.4-1, 2, 3 に解析結果を示す。ここでも搬送動作を与えないのは、充填能力の影響のみを見るためである。

図 4.4-1, 2, 3 において、左から条件 1, 標準条件, 条件 2 の解析結果となっている。それぞれの解析結果は、押下げ位置が同じとなる場所で比較をしているために時間に差が生じる。例えば、標準条件での  $t=0.60$  s の結果(図 4.4-1)を基準にすると、充填能力が 0.8 倍である条件 1 では、押下げ位置が同じになるまでに  $t = 0.75$  s の時間が必要となり、一方で、充填能力が 1.2 倍である条件 2 では  $t = 0.50$  s で押下げ位置が同じとなる。解析結果は、図 4.2-1 と同様に粘度分布図、気液相分布図、流動状態(速度ベクトル図)の 3 種類であり、粘度分布図での粘度の変化範囲、ベクトル・スケールも図 4.2-1 と同じである。

まず、図 4.4-1 の牛乳充填中に対する解析結果から考察する。標準条件での  $t=0.60$  s に対応する結果を見る。この段階では紙容器容量の約 25%程度に牛乳が充填されている。気液相分布でのノズル横への液跳ねは、条件 1 が最も多く、気液界面形状も複雑で、衝突時に発生した気泡も大きい。逆に条件 2 の液跳ねが最も少なく、気液界面形状は単純である。液跳ね量と気液界面形状の双方で、標準条件は条件 1 と条件 2 の間となる。

標準条件で  $t=0.70$  s に対応する結果は、ノズルからの流入速度が最大となる時間である。流入速度は充填能力に比例し、充填能力 1.2 倍の条件 2 では、最大流入速度も標準条件の 1.2 倍となる。気液相分布を見ると、条件 1 と標準条件では紙容器下部に比較的大きな気泡が存在し、これにより気液界面位置が高くなるため、ノズル横の空間の約 3 分の 1 が液相で満たされている。これに対し、条件 2 は紙容器下部の気泡量が少ないためにノズル横はほとんど気相となり、ノズル下の左右には、ノズルから流入した牛乳と紙容器側面を上昇した牛乳との間に残された気相が存在する。この残された気相は、わずかではあるが標準条件にも存在する。速度ベクトル図を比較すると、条件 1 と標準条件では大きな気泡回りの複雑な流動が見られるが、条件 2 では流入速度が大きいにもかかわらず、気泡量が少ないために紙容器内の流動は単純である。この時間でも、標準条件は条件 1 と 2 との中間的な状態であると言える。

標準条件での  $t = 0.90$  s に対応する結果では、充填はほぼ終了している。粘度分布での高粘性領域は、条件 1 ではほとんど見られないが、標準条件では紙容器中央部に、条件 2 では紙容器中央部から下部にかけて存在する。高粘性領域は気泡がない領域であり、条件 1 では気泡が広く分布していることになる。気液界面形状に関しては、各条件とも多少の凹凸が見

られる。速度ベクトル図を見ると、条件 2 では、条件 1 や標準条件に比べると牛乳の流入速度が大きいので、気液界面下の広い範囲まで、下向きの流動が存在する。気泡に関しては、条件 1 と標準条件では紙容器底面付近に体積が大きな気泡が分布し、条件 2 の場合は全体的に大きな気泡が分散している。

図 4.4-2 の標準条件での  $t=1.00\text{ s}$  においては、充填終了直後であり、充填ノズルから牛乳の垂れが残った状態である。どの条件も充填終了時には、紙容器内の左右壁面に近い領域が盛り上がり(凸部)、中央部が下がるような気液界面形状となるが、その後、この左右の凸部は中央部で合流する。条件 1 ではこの合流が起こった状態であり、気液界面形状はほぼ水平であるが、界面付近に気泡が存在する。標準条件では、気液界面形状がほぼ左右対称となっていると同時に、気相の流動においても左右対称の循環流が見られる。条件 2 では、気液界面形状は右側の凸部が高く、左右対称ではない。速度ベクトル図では、条件 2 の気液界面中央部の下には、下向きの流動が存在しており、気液界面上部の気相側の流動も他の条件に比べると大きい。これは、条件 2 の牛乳流入速度が大きいことに起因している。気泡の状態は、条件 1 では紙容器底面付近の気泡が上昇を始めることで比較的大きな気泡が全体的に分散しているのに対し、標準条件と条件 2 では先の時間の状態が維持されている。

続いて、標準条件で  $t = 1.20\text{ s}$  の結果について考察する。本解析では搬送動作を与えていないが、本来は搬送動作中となる。粘度分布に関してはここでも条件 1 の高粘性領域が最も小さい。気泡に関しては、条件 1 では比較的大きな気泡が中央付近に多数分散し、標準条件では紙容器の右壁付近に比較的大きな気泡が分散している。一方、条件 2 の場合、他の 2 条件に比べると液相中に分散している気泡の量は少ない。気液界面形状は、条件 2、標準条件、条件 1 の順に凹凸が大きいく。この凹凸の大きさは充填終了時の流動が関係していると思われる。搬送動作を与えた場合には、条件 2 のスロッシングが非常に大きくなることが予想される。

標準条件での  $t = 1.40\text{ s}$  に対応する結果では、粘度分布に関しては、標準条件と条件 2 に比べると条件 1 の高粘性領域は小さいが、わずかな違いである。標準条件で  $t = 1.20\text{ s}$  での気液相分布との比較から、条件 1 と標準条件では気泡の上昇が見られるが、条件 2 では紙容器底面付近の気泡は底部に留まったままである。気液界面形状を見ると、標準条件はほぼ水平である。条件 1 では、非常に大きな気泡が気液界面を抜けようとしており、中央部より右側の気液界面が上昇している。条件 2 の気液界面形状では、先の時間で見られた左側の凸部が、右側に移動しており、大きなスロッシングが発生していることがわかる。

図 4.4-3 の標準条件で  $t = 1.80\text{ s}$  の状態では、気液相分布は  $t = 1.40\text{ s}$  での結果と同様に条件 1 と標準条件では気泡が大きく上昇しているが、条件 2 では気泡上昇が小さいことがわかる。条件 1 と標準条件では小さな気泡が気液界面を抜けようとしているが、気液界面形状はほぼ水平である。一方、条件 2 では右側壁付近で気液界面の凸部が観察され、スロッシングが続いていることがわかる。粘度分布に関しては、条件 1 と標準条件に比べると条件 2 の高粘性領域がわずかに広い。

標準条件での  $t = 2.20 \text{ s}$  に対応する結果を見る。気液相分布からは、条件 2 の底面付近の気泡が上昇したことがわかる。条件 1 では紙容器下部には気泡はほとんど残っていないが、標準条件と条件 2 では気泡量は減少したものの、紙容器全体に気泡が存在する。気液界面形状を見ると、標準条件では気液界面の右側を大きな気泡が抜けた瞬間となっている。条件 1 は、気液界面の左壁面部のみが凸部となっており、この凸形状は、気液界面のスロッシングと気泡が界面を横切ることの両効果が相乗的に作用した結果であると思われる。条件 2 では、気液界面の右側が盛り上がり、スロッシングが続いている状態にあることがわかる。粘度分布からは、条件 1 と標準条件の気泡の存在しない部分に、高粘性領域が形成されている。

最後に標準条件での  $t = 2.50 \text{ s}$  に対応する結果を見る。気液相分布からは、条件 2 の気液界面の右側が大きく盛り上がり、この時間においてもスロッシングが続いている。それに比べると条件 1 と標準条件のスロッシングは小さいが、どの条件にも液相中に大きな気泡が存在することから、気泡による気液界面の変動はまだ続くと予想される。

充填終了以降の気液界面の挙動をより明確にするため、気液界面高さの時間変化を図 4.4-4 に示す。図 4.2-6 と同様に、図 4.4-4 (a) は左壁面から  $5 \text{ mm}$  の位置での気液界面高さの時間変化、図 4.4-4 (b) は右壁面から  $5 \text{ mm}$  の位置での気液界面高さの時間変化を表している。気液界面高さの時間変化は、牛乳の充填が終了した時間以降で示した。すなわち、条件 1 は  $t = 1.25 \text{ s}$  以降、標準条件は  $t = 1.00 \text{ s}$  以降、条件 2 は  $t = 0.83 \text{ s}$  以降である。全体的傾向として時間とともに気液界面位置が下がっているのは、液相中の気泡が徐々に抜けていくためであるが、搬送動作を与えていないにもかかわらず、スロッシング挙動が  $t = 3.0 \text{ s}$  を越えてもほとんど減衰していないことがわかる。充填終了以降の気液界面高さが問題となるのは、充填終了直後に始まる搬送動作により充填液が紙容器から流出すると、トップシール面へ充填液が付着するからである。流出まではいかなくても、気泡の上昇と搬送動作との相乗効果により液跳ねが発生すると、同様にトップシール面への付着となる。充填終了以降、特に充填終了直後の気液界面形状を穏やかに保つことが、トップシール面への充填液の付着を抑えることにつながる。

図 4.4-4 で各条件を詳細に比較すると、条件 2 が気液界面高さの変化は最も大きい。図 4.4-4 (b) において条件 1 の  $t = 1.3 \text{ s}$  に見られる  $0.23 \text{ m}$  を越える気液界面高さは、液滴が飛び出したものであり、これを無視すると条件 1 は条件 2 の次に気液界面高さの変化が大きい。また、最も気液界面高さの変化が小さいのは標準条件であることがわかる。条件 2 のスロッシングが最も大きい理由は、牛乳の流入速度が大きいため、条件 2 の  $t = 0.75 \text{ s}$  (図 4.4-1) と  $t = 0.83 \text{ s}$  (図 4.4-2) の充填終了時に見られるように、気液界面中央部下の液相中にある下向きの大きな流動に起因すると考えられる。この下向きの大きな流動が気液界面形状の凹凸を大きくし、気液界面形状の大きな変化によりスロッシングが発生する。しかし、標準条件よりも条件 1 のスロッシングが小さくなると予想されるものの、結果は逆となっている。

ここで図 4.4-1, 2, 3 の解析結果を再度見る。まず、条件 2 について観察すると、条件 2 の

$t=0.83\text{ s}$ での左右の凸部は、その後中央部において合流し、 $t=1.00\text{ s}$ で見られるように気液界面形状が変形して気液界面左側が大きく盛り上がり、この気液界面形状により大きなスロッシングが生じる。すなわち、この後、気液界面左側が大きく盛り上がり、右側に波として伝播し、逆に気液界面右側が大きく盛り上がる。気泡の挙動を見ると、 $t=0.83\text{ s}$ での気液界面中央部の凹部下に見られる2つの気泡は、その2つの気泡の間にある牛乳の流入による下向きの流動により $t=1.00\text{ s}$ には紙容器の中央部まで移動する。そこでもともと中央部にあった気泡と合一して大きな1つの気泡となり、 $t=1.10\text{ s}$ 付近から上昇を始める。この大きな気泡は、 $t=1.45\text{ s}$ に中央部より右側の気液界面を抜ける際に気液界面を上昇させることにより、図4.4-4(b)に見られるように、スロッシングの振幅をわずかであるが増加させている。また、 $t=0.83\text{ s}$ で紙容器底面付近にある2つの大きな気泡は、 $t=1.10\text{ s}$ までは底部に留まっているが、その後、分裂と合一を繰り返しながら上昇し、 $t=1.80\text{ s}$ から $2.40\text{ s}$ にかけて複数個の気泡として気液界面を抜ける際に気液界面を上昇させ、図4.4-4(a)に見られるように、この間のスロッシングの振幅をわずかであるが変化させている。条件2では、充填直後の気液界面の挙動が大きなスロッシングを発生させるが、その後の気泡の上昇による気液界面変動への影響は少ない。

条件1の挙動に関しては、まず気液界面に形成される左右の凸部の合流は図4.4-2の $t=1.25\text{ s}$ 付近で起こる。図4.4-4(b)の $t=1.30\text{ s}$ に見られる $0.23\text{ m}$ を越える気液界面高さは、左右の凸部が合流する時に飛び出した液滴である。条件1では流入速度が小さいため、流入による下向きの流動は小さく、合流時に気液界面形状に大きな凹凸が生じない。このため、気液界面形状の変化によって発生するスロッシングは条件2に比べるとかなり小さい。図4.4-2の $t=1.50\text{ s}$ で一様に分布する大きな気泡はゆっくりと上昇するが、このうちの比較的大きな気泡2つが $t=1.60\text{ s}$ に気液界面中央部の下で合一し、この非常に大きくなった気泡が $t=1.80\text{ s}$ から $1.90\text{ s}$ にかけて気液界面を横切り、気液界面高さを上昇させる。この気液界面の上昇は図4.4-4(a)と(b)の両方で見られる。その後も気泡の分布が一様であるために、複数の気泡が連続して気液界面を横切った際に、気液界面高さを上昇させる。ただし、気泡が気液界面を横切るとは、常に気液界面高さを上昇させる(スロッシングを増加させる)とは限らず、気泡の上昇する位置と気液界面形状との関係から、タイミングによってはスロッシングを減衰させる場合がある。図4.4-4(a)と(b)を見ると、 $t=2.00\text{ s}$ から $2.70\text{ s}$ にかけてはスロッシングの振幅は少し減少しているが、 $t=2.70\text{ s}$ からは逆に増加している。条件1では、充填直後の気液界面挙動によって発生するスロッシングが小さいため、その後の気液界面形状には、気泡の上昇による影響が大きい。

標準条件のより詳細な観察を行う。図4.4-2の $t=1.00\text{ s}$ でほぼ左右対称だった紙容器側壁側で形成される凸部が、 $t=1.10\text{ s}$ 付近で中央部において合流する。この時の牛乳の流入による下向きの流動は条件2に比べると小さく、発生するスロッシングも条件2よりは小さい。 $t=1.00\text{ s}$ で紙容器底面付近に集中して分布している気泡は、 $t=1.10\text{ s}$ には底面付近で非常に大きな1つの気泡とその周りの小さな複数個の気泡となる。この非常に大きな気泡は、上昇

運動中に複数個の気泡に分裂する。これらの気泡のほとんどが  $t = 1.60$  s から  $2.20$  s までに気液界面を抜けるが、スロッシングの振幅は増加しない。これは、気液界面形状の変化によって発生するスロッシングと気液界面を通過する気泡により誘起されるスロッシングが同程度の大きさであるためと考察できる。 $t = 2.20$  s では気泡による気液界面上昇がスロッシングを打ち消し、さらに  $t = 2.20$  s から  $2.80$  s では、気液界面を抜けるのは小さな気泡のみとなることからその影響は小さく、気液界面形状はほぼ水平を保つ。その後、残った気泡が気液界面を抜けることによって再びスロッシングが発生するが、振幅は小さい。充填直後の気液界面形状の変化によって発生するスロッシングが小さく、気液界面を通過する気泡により誘起される気液界面変動は気液界面形状に起因するスロッシングと同程度の大きさであることが、標準条件のスロッシングが最も小さくなっている理由であると考えられる。

このような詳細な観察から、気液界面のスロッシングは、(1)「気泡が気液界面を横切り、気液界面を変動させる影響」と、(2)「充填に起因する気液界面の変形挙動の影響」の2つが主要因になると考えられる。牛乳の流入速度が小さい条件1では(1)が支配的となり、気泡が気液界面を横切った際にのみ気液界面が大きく変動する。これは、図4.4-4での気液界面高さの不規則な変化として現れる。逆に流入速度の大きい条件2では(2)が支配的となり、気泡上昇の影響が小さく、図4.4-4から明らかのように振幅が大きな規則的な波形として現れる。標準条件では(1)と(2)の両方の影響の大きさが同程度で、気泡上昇による効果が気液界面形状の変化によって発生するスロッシングを減衰させることが頻繁に起こるために、最も気液界面変動が小さくなると考えられる。標準条件の気液界面変動は、条件2と条件1の中間的な状態にあり、気泡の影響と牛乳充填の影響がうまくバランスしていると言える。

以上のことから、充填能力を0.8倍に下げると、充填開始直後の液跳ねは多いが、充填後半の気液界面形状は穏やかとなる。逆に充填能力を1.2倍に上げると、充填前半の液跳ねは少なくなるが、充填終了後の気液界面形状が複雑となり、搬送動作を与えた場合にはスロッシングで紙容器から牛乳が流出するおそれもある。充填能力に応じて充填開始時の液跳ねと充填終了時の気液界面形状とはトレードオフの関係となるが、トップシール面への充填液の付着を防止しつつ高い充填能力を得るという点では、標準条件は適切な充填能力であると言える。ただし、充填・押上動作曲線を変更することによる高能力化については、まだ検討する余地がある。

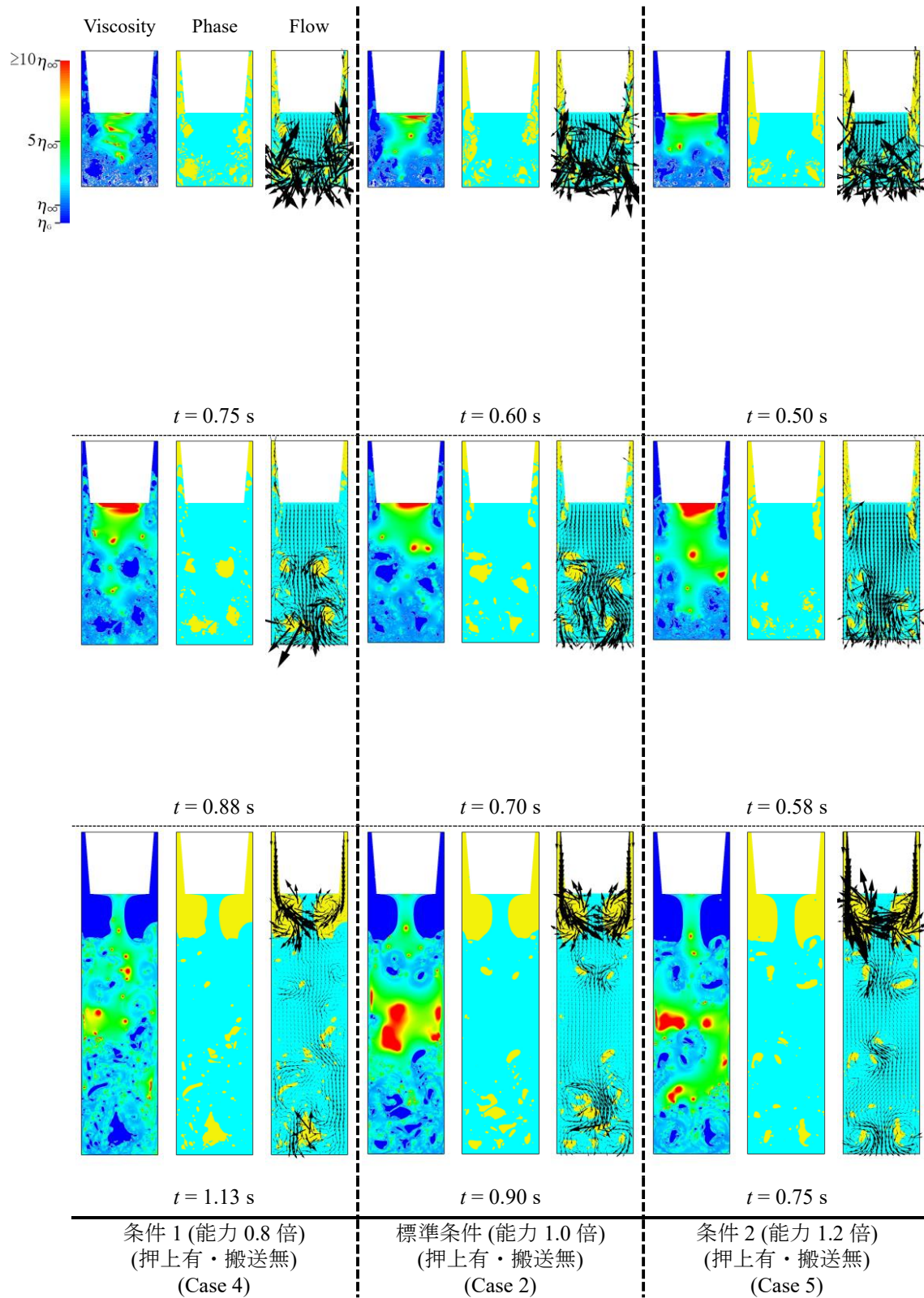


図 4.4-1 充填能力による影響の解析結果 (2 次元)

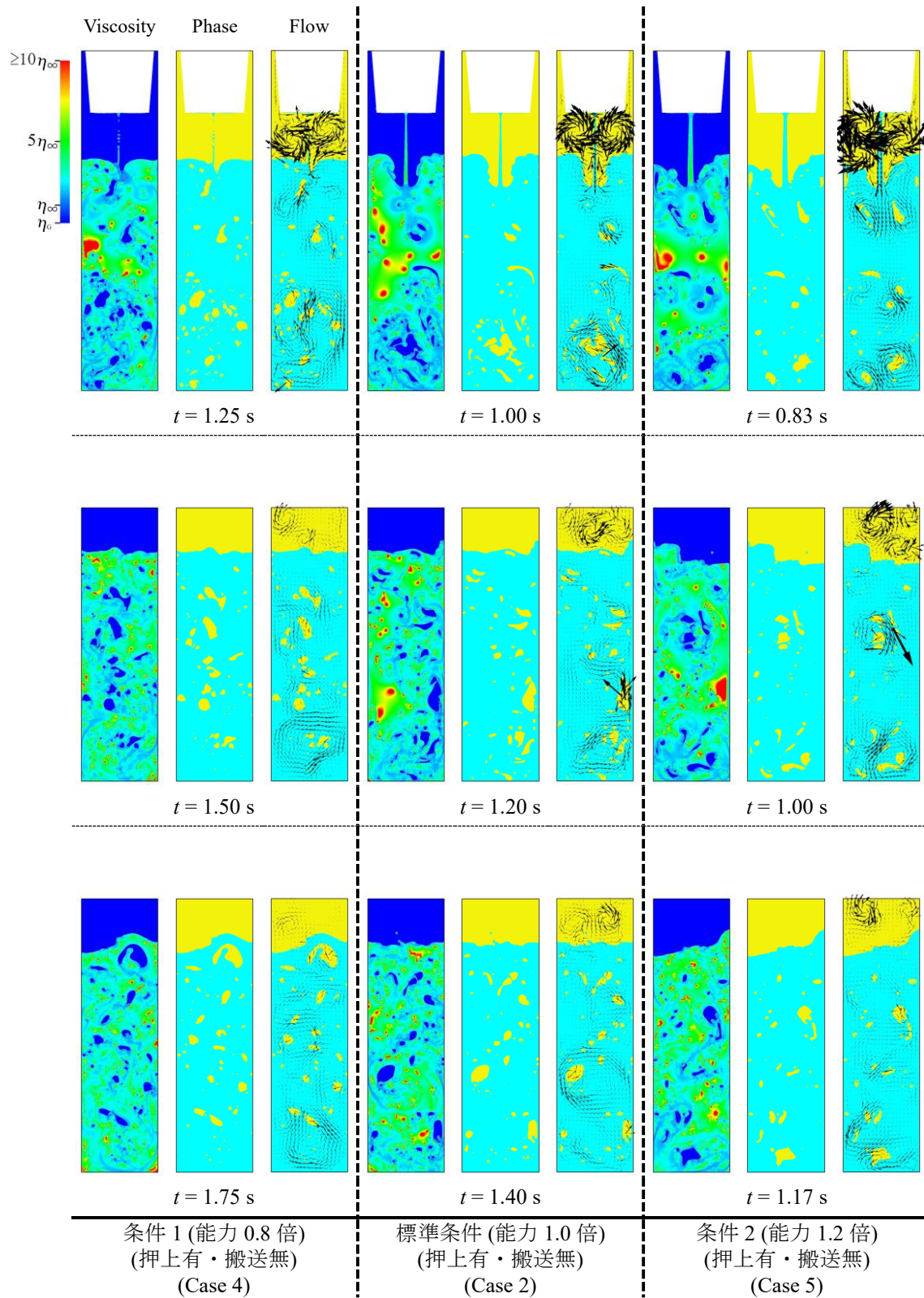


図 4.4-2 充填能力による影響の解析結果 (2 次元)



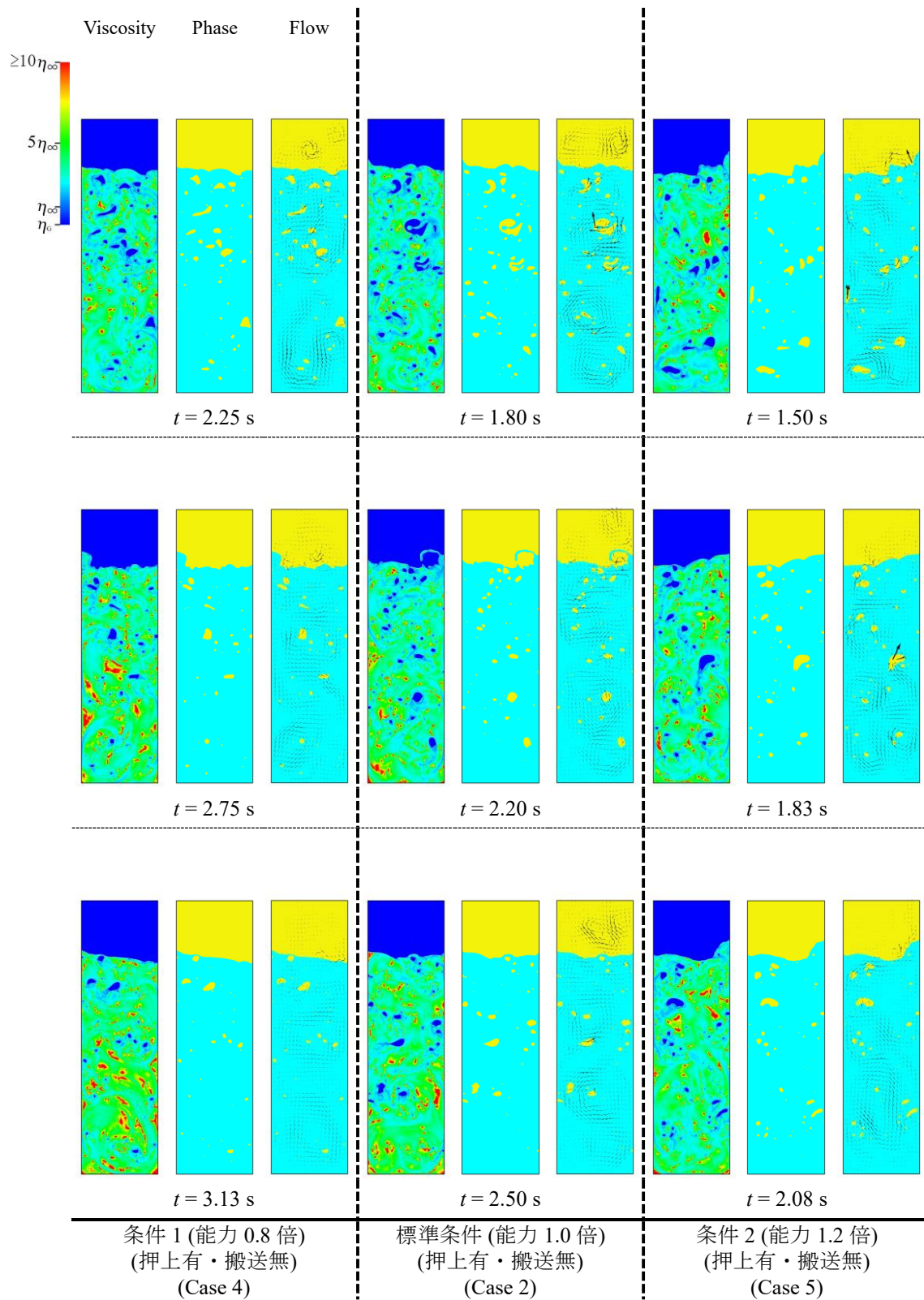
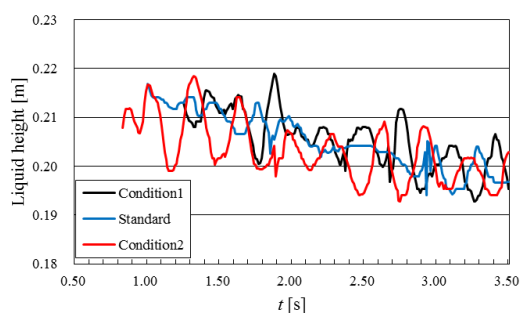
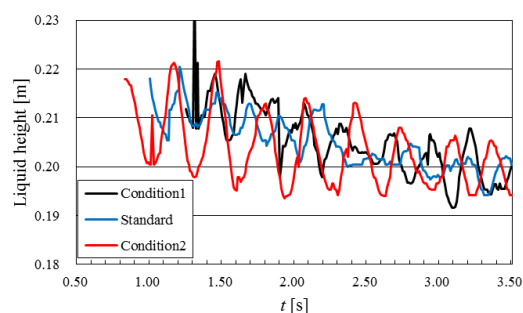


図 4.4-3 充填能力による影響の解析結果 (2 次元)



(a) 左壁面から 5 mm の位置での  
気液界面高さ



(b) 右壁面から 5 mm の位置での  
気液界面高さ

図 4.4-4 充填能力による気液界面高さの時間変化 (2 次元)

#### 4.5 2次元数値解析のまとめ

第 4 章では、まず、2 次元数値解析系における 1,000 mL 屋根型紙容器へ牛乳を充填する過程を対象として、牛乳の Shear-thinning 性や紙容器との静的接触角を考慮した牛乳充填過程の数値解析を行い、牛乳の有する Shear-thinning 性が流動ダイナミクスに大きく影響を及ぼしていることを明白にした。牛乳の流動現象評価を行う上で Shear-thinning 性は無視できず、ニュートン流体を仮定した流動ダイナミクスとは大きく異なることがわかった。充填過程において牛乳の粘度は局所的に大きく変化し、低粘性領域から高粘性領域までが系内に混在した複雑な粘度分布が形成される。特に充填開始直後は、牛乳は紙容器底面と直接衝突し、粘度が大きく低下する。底面との衝突後、粘度低下した牛乳が左右壁面に沿って上昇し、これが充填開始時の液跳ねを起こす大きな要因になる。また、牛乳中には、気相が巻き込まれて気泡が生成し、この気泡は牛乳の粘度を大きく低下させる役割を持つ。局所変化する Shear-thinning 性を把握するためには、数値解析による評価が有用である。

さらに、より効率的な充填プロセスを実現するために、操作条件が牛乳充填時の流動ダイナミクスに与える影響について 2 次元数値解析により考察した。紙容器の押上げ動作の効果に関しては、押上げ動作がない場合は紙容器底面に衝突した牛乳が大きく跳ね上がり、牛乳が紙容器から流出する。したがって、紙容器の押上げ動作は牛乳の跳ね上りを抑制する効果がある。また、充填能力を高く変更した場合と低く変更した場合の解析より、充填開始時の液跳ねと充填終了時の気液界面形状はトレードオフの関係にあることがわかった。紙容器トップシール面への充填液の付着を防止する観点からすると、現在使用されている充填・押上動作曲線に対しては、標準条件が適切な充填能力であることを確認した。

## 第5章 3次元数値解析

### 5.1 計算格子サイズの影響

第5章では、解析系を3次元空間に拡張し、操作条件が流動ダイナミクスに与える影響についてより詳細に検討する。3次元数値解析を行うにあたり、2次元と同様に、計算格子サイズの解析結果への影響を調べた。3.5節で述べたように、まず計算領域全体を立方体格子で分割した後、充填ノズル部分を削除することで、図3.1-3(a)の計算格子を得る。 $\Delta x (= \Delta y = \Delta z) = 0.50 \text{ mm}$  ( $N$ (計算格子総数) = 10,880,000),  $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$  ( $N = 1,380,000$ ),  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$  ( $N = 720,000$ ),  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$  ( $N = 430,000$ )の4種類の計算格子サイズで行った解析結果を図5.1-1, 2に示し、比較・検討する。操作条件は、表3.1-1のCase 1(標準条件・押上有・搬送有)である。図5.1-1, 2において、左から $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$ の解析結果となっている。図5.1-1は、充填が約25%終了した $t = 0.60 \text{ s}$ , ノズルからの流入速度が最大となる $t = 0.70 \text{ s}$ 及び $t = 0.80 \text{ s}$ の解析結果であり、図5.1-2は、充填が約95%終了した $t = 0.90 \text{ s}$ , 充填完了時の $t = 1.00 \text{ s}$ , 及び搬送動作中の $t = 1.10 \text{ s}$ の解析結果である。それぞれの解析結果には、左側に紙容器中心を通る $x$ - $z$ 断面での粘度分布図、右側に3次元での気液界面図の2種類を示した。粘度分布図での粘度の変化範囲は $\eta_{\infty}$ の10倍以上の高粘性領域を赤領域、 $\eta_G = 1.7 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の空気粘度を青領域で表している。また、3次元気液界面図において気液界面は白色で示している。図5.1-1, 2から、計算格子が小さくなるほど細かな気泡の発生をとらえているが、 $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$ はよく似た傾向を示す。これについて詳細に見ていく。

まず、図5.1-1の $t = 0.60 \text{ s}$ を見る。 $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ の気液界面図では紙容器底面まで非常に小さな気泡が発生しており、跳ね上がった牛乳の液滴も小さく非常に複雑な形状である。 $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ では、底面付近の気泡は無く、跳ね上がりの液滴の形状は $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ に比べると単純である。 $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ の粘度分布図からは、充填ノズル下にトロイダル気泡の断面が見られる。 $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$ では、 $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ 同様に底面付近の気泡は無く、粘度分布図でも $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ と同様に充填ノズル下のトロイダル気泡が存在する。格子サイズが大きくなるにつれ、牛乳の跳ね上がりは紙容器の隅部分に集中し、より単純な形状となってゆくのがある。  $t = 0.70 \text{ s}$ と $t = 0.80 \text{ s}$ においても、 $t = 0.60 \text{ s}$ と同様に $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ では気泡が紙容器全体に見られ、紙容器全体に青色の低粘性領域が広がる。これに対し、 $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$ では紙容器下部には気泡は存在せず、底面付近は緑色から赤色の高粘性領域となる。 $t = 0.60 \text{ s}$ で見られたトロイダル気泡が牛乳の充填によって下降しているのも、 $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$ に共通する特徴である。

さらに、図5.1-2の $t = 0.90 \text{ s}$ ,  $t = 1.00 \text{ s}$ ,  $t = 1.10 \text{ s}$ においても、 $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ に比べると、 $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$ の3条件が類似しているのがある。この時間帯でも、 $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ は紙容器全体に小さな気泡が分散し、時間とともに気泡が上昇している。 $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ では $t = 1.10 \text{ s}$ においても、底面付近に高粘性領域は見られない。一方の

$\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$  では, 下降してきたトロイダル気泡が紙容器中央付近で分散し, 上昇を始めている. ここで, 紙容器中央付近より下には気泡は存在せず, 高粘性領域となる.

このように,  $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$  の計算格子と  $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$  以上の計算格子とは, 異なる傾向を示す.  $t = 1.00 \text{ s}$  までの現象を解析するために要した CPU 時間(Intel Xeon W5590 3.33 GHz) は,  $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$  の計算格子に対して, それぞれ 8,983 h, 1,121 h, 202 h, 83 h であった. ただし,  $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$  では 1CPU 4 コアによる並列計算, それ以外の計算格子では 1 コアでの計算である. このことから, CPU 時間を考えると  $\Delta x = 0.50 \text{ mm}$  は選べない.  $t = 0.60 \text{ s}$  での  $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.25 \text{ mm}$ ,  $\Delta x = 1.50 \text{ mm}$  の気液界面図において,  $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$  は液滴が複雑な形状で最も高くまで跳ねており, より高精度に現象を捉えている. これにより,  $\Delta x = 1.00 \text{ mm}$  の計算格子により得られた解析結果に基づいて詳細な考察が可能となると判断した. 牛乳充填過程の流動の特徴を把握することが可能な計算格子サイズとして, 以降の 3 次元数値解析では  $\Delta x (= \Delta y = \Delta z) = 1.00 \text{ mm}$  を設定した.

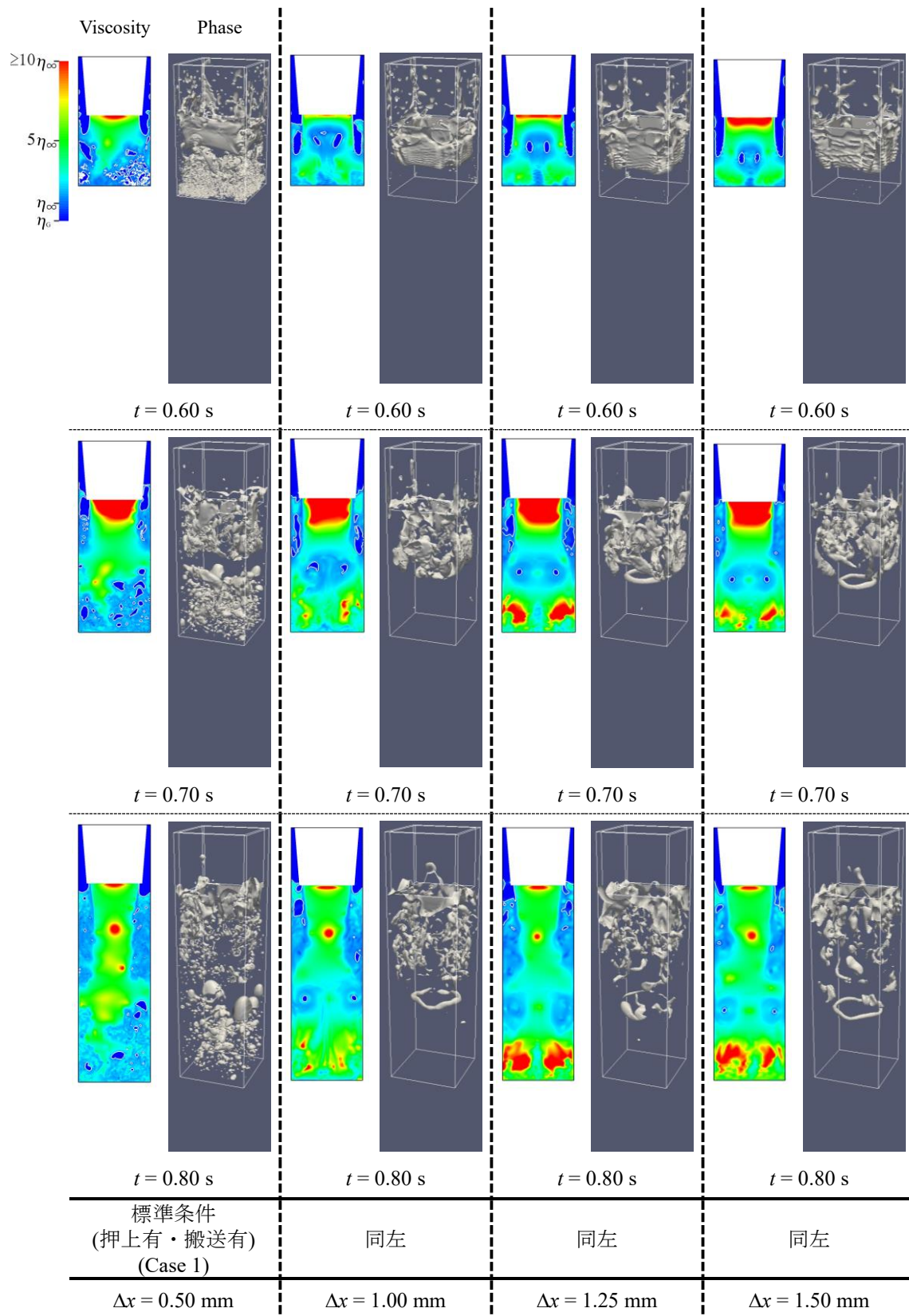


図 5.1-1 計算格子サイズの影響 (3次元)

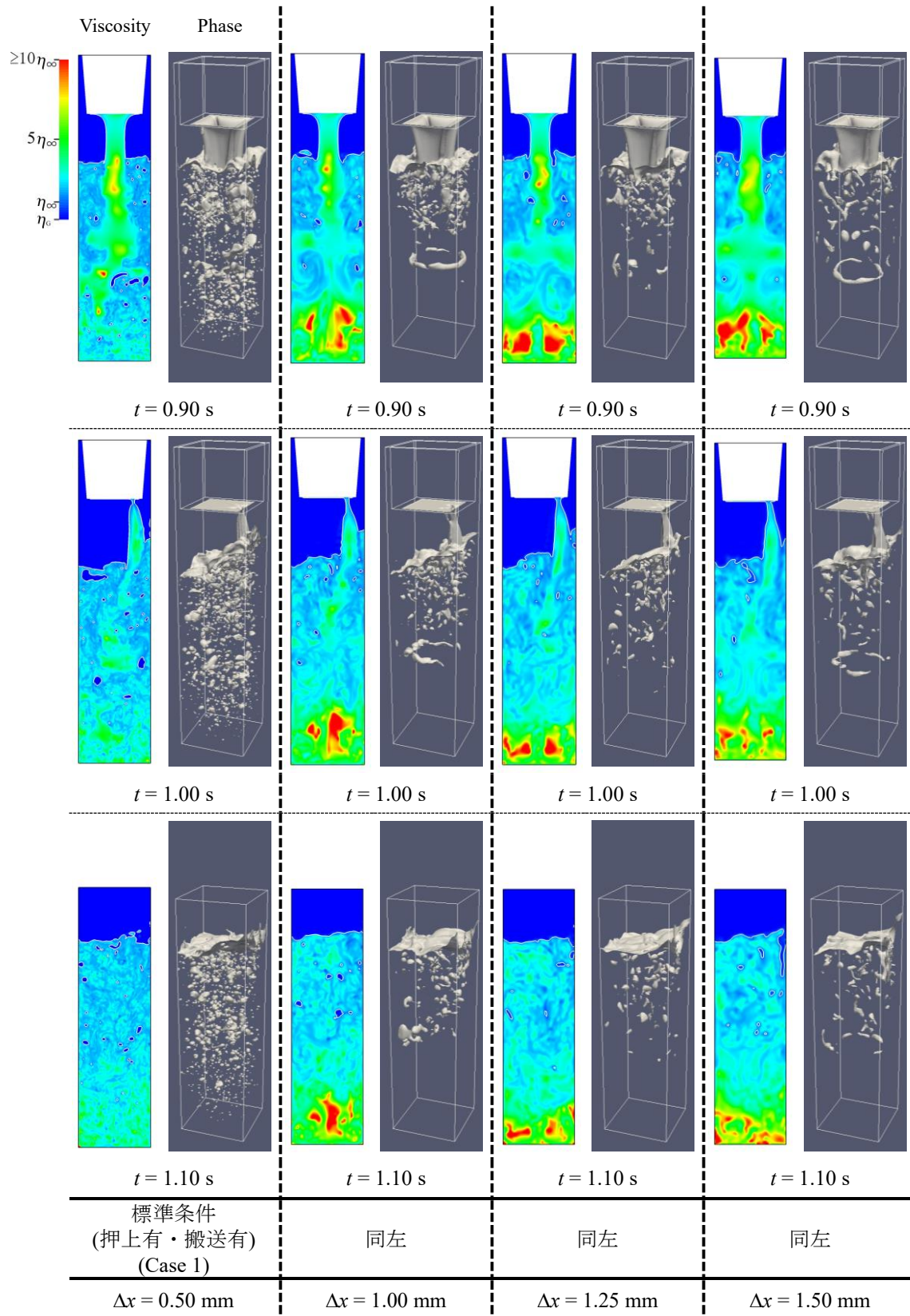


図 5.1-2 計算格子サイズの影響 (3次元)

## 5.2 押上げ・押下げ動作の効果

4.3 節の押上げ・押下げ動作の効果について、3次元数値解析により詳細な確認を行った。図 3.1-2 (a) の 3次元数値解析系を、5.1 節で決定したとおり  $\Delta x (= \Delta y = \Delta z) = 1.00 \text{ mm}$  で分割した。操作条件は、2次元数値解析と同様に表 3.1-1 の Case 2 と Case 3 とした。図 5.2-1 に押上有の Case 2 と押上無の Case 3 の解析結果の比較を示す。それぞれの解析結果には、紙容器中心を通る  $x$ - $z$  断面での粘度分布図、速度ベクトル図と、3次元での気液界面図の 3種類を示した。粘度分布図での粘度の変化範囲は  $\eta_0$  の 10 倍以上の高粘性領域を赤領域、 $\eta_G = 1.7 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$  の空気粘度を青領域で表している。ベクトル・スケールの目安は、 $t = 0.70 \text{ s}$  でのノズルからの流入速度ベクトルが  $V_{\text{max}} = 1.36 \text{ m/s}$  に対応している。また、3次元気液界面図において気液界面は白色で示している。

時間ごとの特徴について、 $t = 0.50 \text{ s}$  から見る。左の押上有の Case 2 では、充填ノズルから流入した牛乳が紙容器底面に衝突した直後になる。この時、底面中央部に気泡が取り込まれるのは、牛乳先端の中央が窪んだ状態で底面に接触したことに起因する。流入した牛乳の先端部の速度が増加することで先端部は先細りするが、先端部の円周部側の速度が加速することで中央の窪みができることになる。なお、時間が十分に経ち先端部がさらに細くなると、この窪みはなくなる。窪みを持った牛乳と底面の接触により、大きな気相が牛乳中に取り込まれる。一方、押上無の Case 3 でも、牛乳先端では中央が窪んだ状態となる。断面の粘度分布では、どちらもノズル周辺のみが高粘性領域となっている。

$t = 0.60 \text{ s}$  で押上有の Case 2 を見ると、気液界面図では紙容器底面に衝突した牛乳が主に紙容器の隅部分で跳ね上がっていることがわかる。この知見に関しては 2次元解析からは得ることができず、3次元解析から得ることができた重要な情報と言える。速度ベクトル図では、押上有の Case 2 の  $t = 0.50 \text{ s}$  で牛乳中に取り込まれた気相が、ノズル下でトロイダル気泡となって牛乳の流入に逆らいながら上昇している。また、底面から側面に沿って上昇した牛乳とノズルから流入する牛乳が合一することで気相が残っている。粘度分布図では、気相周辺の粘度が大きく低下しているのがわかる。押上無の Case 3 では、流入牛乳の先端部に向かうにつれて速度が増すために先端部が細くなる。速度ベクトル図では、牛乳の流入に伴いノズル横から気相が紙容器上部に抜けており、粘度分布からは、ノズル周辺と牛乳先端の一部が高粘度となっているのがわかる。

次の  $t = 0.70 \text{ s}$  では、ノズルからの流入速度が最大となる。押上有の Case 2 では、気液界面図を見ると紙容器隅部への液跳ねが少し残っており、紙容器側面に沿って上昇した牛乳とノズルから流入する牛乳との間に取り込まれた気泡が複雑な形状となる。また、 $t = 0.60 \text{ s}$  で上昇していたトロイダル気泡は流入速度が高くなった牛乳に押し戻され、紙容器中央付近に存在する。粘度分布に関しては、気相周辺部以外のノズル周辺と紙容器底面付近で高粘性領域となっている。押上無の Case 3 では、紙容器底面に牛乳が衝突した直後であるが、衝突時の牛乳先端部では  $t = 0.50 \text{ s}$  で見られた窪みはなくなっているために、押上有の Case 2 のような気泡の取り込みはない。また、流入している牛乳と空気の界面で大きく波打って

いるのを観察できる。衝突後、牛乳は紙容器底面から側面へと壁面に沿って流動しており、この領域では牛乳は大きな速度勾配を持って流れ、剪断速度が大きくなることで低粘性領域が形成されている。それ以外の部分は粘度が高い。

$t = 0.80$  s を見ると、押上有の Case 2 では牛乳の跳ね上がりは収まり、紙容器上部の側面付近の気泡と中央部のトロイダル気泡以外には気泡は見られない。断面の粘度分布からは、これらの気泡周りが低粘性領域となり、紙容器底面付近では高粘性領域が形成されている。気泡周りの低粘性領域は、気泡を横切る流れ、気泡の上昇、合一、分裂に起因した複雑な流動場により高剪断領域となることで形成される。押上無の Case 3 では、ノズルから流入した牛乳と紙容器側面を上昇した牛乳とが接触・合一を始め、紙容器内全体に非常に複雑な気相分布が広がっている。速度ベクトル図では、この気相の存在による非常に複雑な流動が見られる。3次元の気液界面図からは、紙容器隅部のトップシール面へ牛乳が付着しているのがわかる。

$t = 0.90$  s は充填がほぼ終了した状態である。押上有の Case 2 では、 $t = 0.80$  s と同様に気泡は紙容器上部に存在するのみで、気泡の上昇は始まっておらず、気液界面形状は安定している。速度ベクトル図では、牛乳の流入速度は小さくなったものの紙容器の押下げは続いていることから、紙容器上部から気相が流入している。押上無の Case 3 では、牛乳の流入と気泡の上昇による流動が依然として複雑であり、気液界面図では、紙容器の上部から牛乳が流出しているのを確認できる。また、牛乳内に気相が複雑に多数存在していることにより、紙容器内のほぼすべてが低粘性領域となっている。

$t = 1.10$  s は本来なら搬送動作中になるが、本研究では搬送動作を与えていない。押上有の Case 2 の気液界面図では、充填による下向きの流動が無くなったことによりトロイダル気泡が崩壊して大きな気泡となり、上昇を始めている。粘度分布では高粘性領域が広がっており、気液界面形状はほぼ水平となっている。押上無の Case 3 の気液界面図からは、液相中に大量の気泡が見られ、気泡の上昇により複雑な気液界面形状が今後も続くと言想される。

押上有の Case 2 のように押上げ動作を行うと、充填開始時に紙容器底面に衝突した液相の液跳ねと気泡の巻き込みとが発生するものの、充填後半では液相の流動は安定し、気泡が上昇することに起因する流動のみとなる。一方で押上げ動作を行わない場合、液相中に発生する気相の形状や流動は非常に複雑となり、液相中の大量の気泡が上昇することに起因して、充填後に紙容器から液相が流出する。高速で安定した充填を行うには、押上げ動作は不可欠であると言える。3次元解析から得られた知見と、第4章の2次元解析から得られた知見は整合するが、トロイダル気泡の発生、紙容器内に取り込まれた気泡の空間分布や複雑形状、また液跳ねが発生する位置や飛散している液滴の形状・状態などは3次元数値解析からのみしか得られない重要な知見であり、2次元解析を補足する詳細な情報を得ることができた。



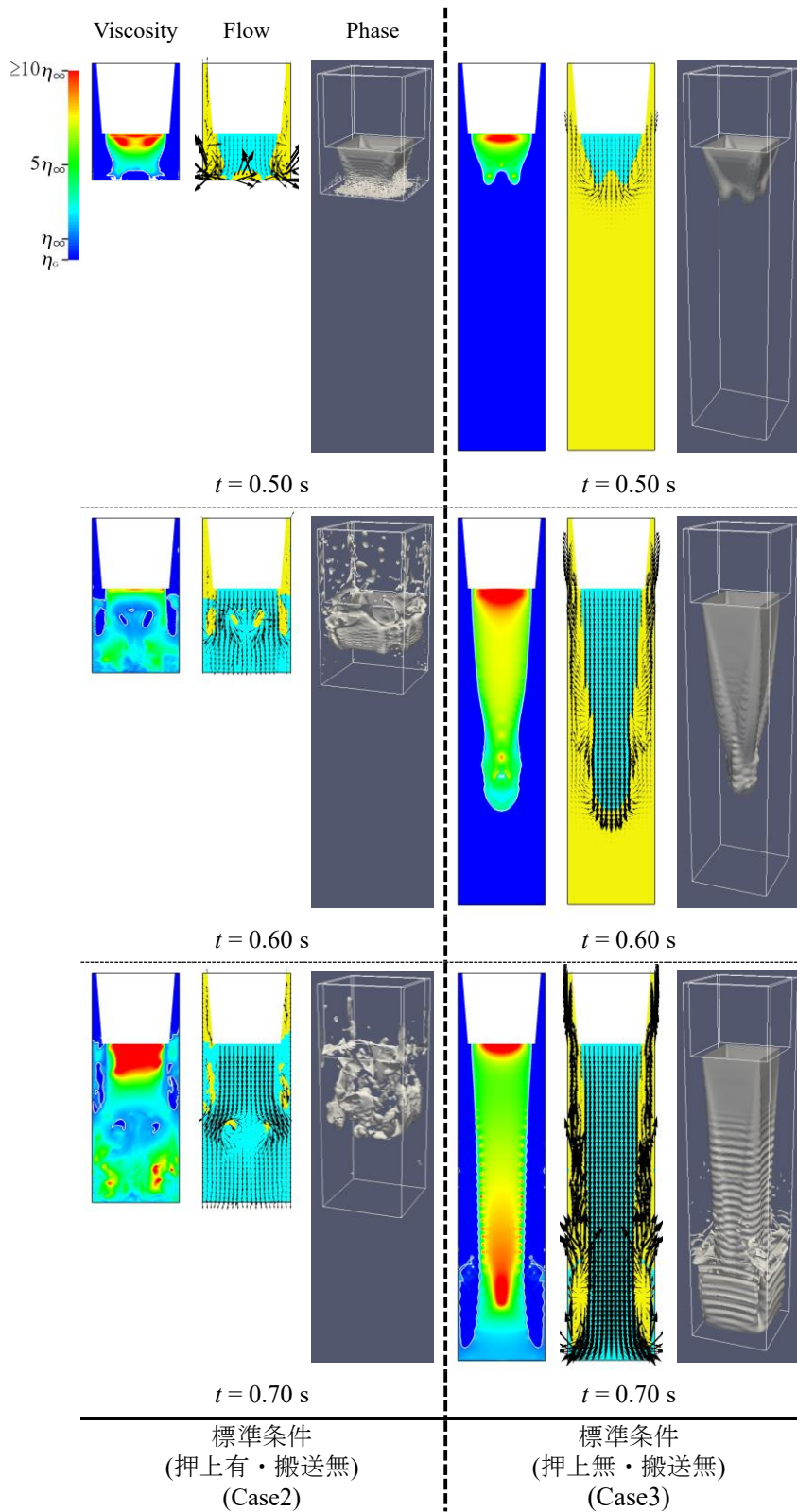


図 5.2-1 押上げ・押下げ動作の効果の解析結果 (3次元)

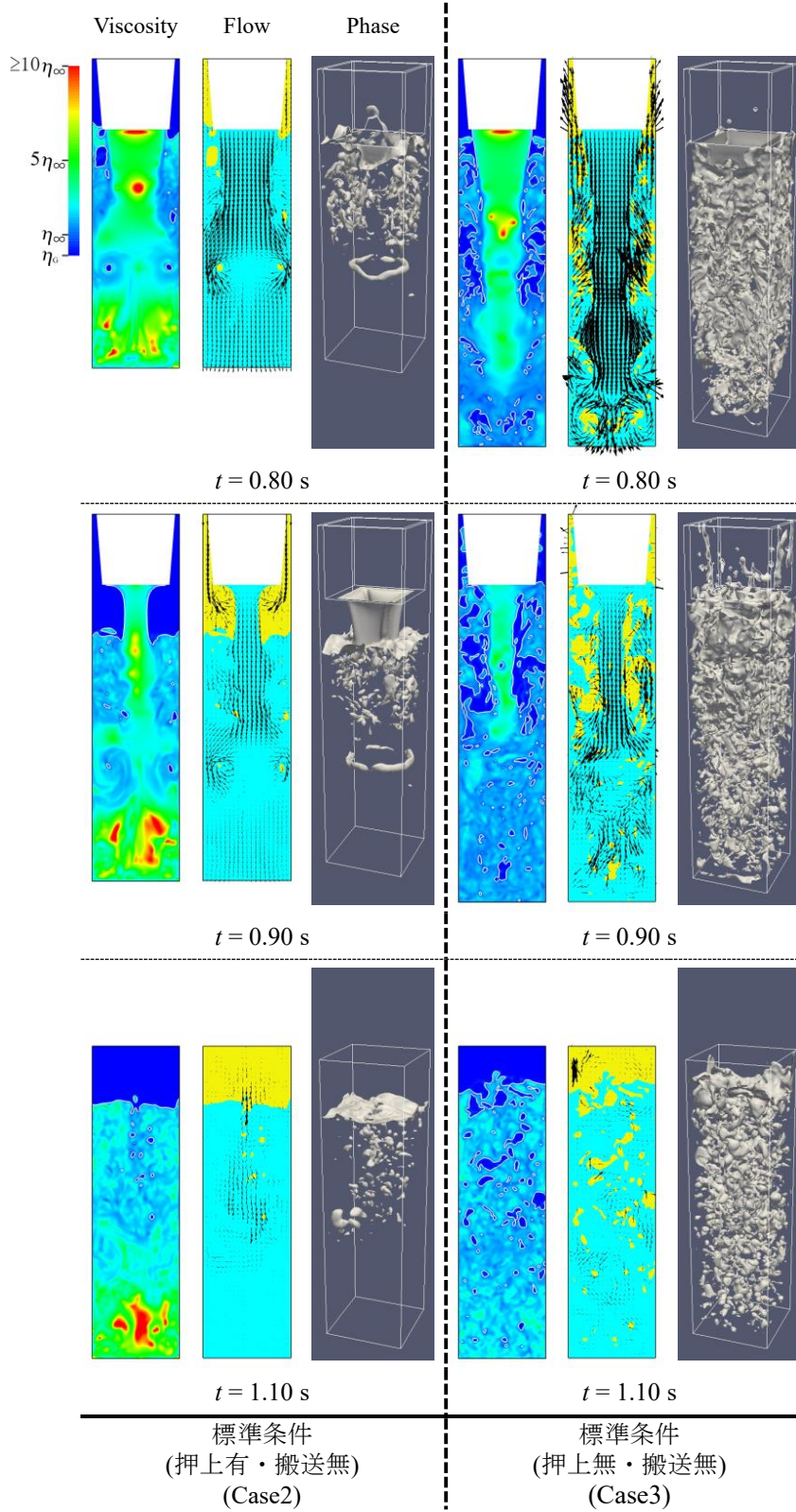


図 5.2-2 押上げ・押下げ動作の効果の解析結果 (3次元)

### 5.3 充填能力の影響

4.4 節で検討した充填能力による影響を、3次元数値解析によって確認した。4.4 節の2次元数値解析と同様に、標準条件を充填能力1.0倍とし、充填能力が0.8倍である条件1及び充填能力が1.2倍である条件2の解析結果を比較した。表3.1-1の操作条件では、標準条件がCase 2、条件1がCase 4、条件2がCase 5に相当する。図5.3-1, 2, 3に解析結果を示す。図5.3-1, 2, 3において、左から条件1、標準条件、条件2の解析結果となっている。それぞれの解析結果は、押下げ位置が同じとなる場所で比較をしているために時間に差が生じる。例えば、標準条件での $t=0.60$  sの結果(図5.3-1)を基準にすると、充填能力が0.8倍である条件1では押下げ位置が同じになるまでに $t=0.75$  sの時間が必要となり、一方で、充填能力が1.2倍である条件2では $t=0.50$  sで押下げ位置が同じとなる。解析結果は、図5.2-1と同様に紙容器中心を通る $x-z$ 断面での粘度分布図、速度ベクトル図と3次元での気液界面図であり、粘度分布図での粘度の変化範囲、ベクトル・スケールも図5.2-1と同じである。

まず、図5.3-1の牛乳充填中に対する解析結果から考察する。標準条件での $t=0.60$  sに対応した結果を見る。この段階では紙容器容量の約25%程度に牛乳が充填されている。気液界面図を見ると、液跳ねは条件1が最も多く、気液界面形状も複雑である。逆に条件2の液跳ねが最も少なく、気液界面形状は大きく乱れていない。標準条件の液跳ねについては、条件1と条件2の間となる。粘度分布を見ると、標準条件はノズル下に存在する大きな気泡の影響を受けて、ノズル周辺部では高粘性領域が形成されていない。

標準条件で $t=0.70$  sに対応する結果は、ノズルからの流入速度が最大となる時間である。流入速度は充填能力に比例し、充填能力1.2倍の条件2では、最大流入速度も標準条件の1.2倍となる。速度ベクトル図では、どの条件もノズルから流入した牛乳がそのまま紙容器中央部まで到達している。標準条件では紙容器中央部に、条件1では紙容器下部に気泡が存在し、流動場が気泡周辺で変化している。条件2では紙容器下部の気泡が小さいため、流動場は気泡の影響を受けずに下向きに流れているのがわかる。気液界面図を見ると、標準条件と条件2の紙容器隅部への液跳ねは残っているが、条件1では液跳ねは見られない。ノズル下の気液界面に関しては、条件1では気泡が紙容器内全体に分散しているのに対して、標準条件、条件2は紙容器上部に分布している。粘度分布図では、気泡の周りで低粘性領域が形成されている。

標準条件での $t=0.90$  sに対する結果では、充填はほぼ終了している。粘度分布での高粘性領域は、条件1ではほとんど見られないが、標準条件では紙容器下部に、条件2では紙容器中央部から下部にかけて存在する。高粘性領域は気泡がない領域であり、条件1では気泡が広く分布していることになる。気相の状態は、条件1では小さい気泡となって紙容器内全体に分散している。また、標準条件、条件2でも先の時間よりも気泡が小さくなっているが、条件2の気液界面の形状は非常に複雑である。速度ベクトル図では、条件2は条件1や標準条件に比べると牛乳の流入速度が大きいため、気液界面下の広い範囲まで下向きの流動が存在する。

図 5.3-2 の標準条件での  $t=1.00\text{ s}$  は、充填終了直後であり、充填ノズルから牛乳の垂れが残った状態である。4.4 節の 2 次元解析では、どの条件も充填終了時には、紙容器内の左右壁面に近い領域が盛り上がり中央部が下がるような気液界面形状が見られたが、3 次元解析ではそのような凹凸は見られない。これが、2 次元解析では再現できない部分である。気液界面図からは、気相の状態は条件 1 では気泡が上昇して紙容器上部に移動しつつある。標準条件と条件 2 では気泡がより小さく分散しているが、条件 2 での気液界面の形状が最も複雑である。粘度分布と速度ベクトルは、どの条件も先の時間の状態が概ね維持されている。

続いて、標準条件で  $t = 1.20\text{ s}$  の結果について考察する。本解析では搬送動作を与えていないが、本来は搬送動作中となる。粘度分布に関しては、どの条件も、気泡が存在しない紙容器底面付近で高粘性領域が形成されている。条件 1 は、標準条件や条件 2 ほど高粘性になっていないが、これは紙容器底面付近で小さい気泡がわずかに存在していることによる。気液界面図からは、条件 1 と標準条件の気液界面がほぼ水平となっているのに比べ、条件 2 では依然として気液界面が乱れた複雑な状態が続いている。これは、条件 2 では牛乳中の気泡量が最も多く、この気泡が気液界面から抜けていく影響を受けるからである。

標準条件の  $t = 1.40\text{ s}$  に対応する結果では、気液界面図を先の時間と比較すると、各条件とも気泡が上昇しているのがわかる。ここでも条件 2 は気液界面から抜けていく気泡量が多いため、その影響で気液界面形状が複雑なままである。粘度分布に関しては、気泡の上昇に伴い、どの条件も低粘性領域が減少している。

図 5.3-3 の標準条件での  $t=1.80\text{ s}$  の状態では、気泡の上昇がさらに進んでいる。条件 1 と標準状態では、ほとんどの気泡が気液界面から抜けている。気液界面図からは、条件 1 と標準状態では気液界面が安定しているのに対して、条件 2 の気液界面ではスロッシングが見られる。粘度分布では、どの条件も先の時間で観察された紙容器底面付近の高粘性領域が紙容器中央部まで広がりつつある。

標準条件での  $t = 2.20\text{ s}$  に対応する結果を見る。気液界面図を見ると、どの条件も気泡は紙容器上部にわずかに残るのみで、紙容器内の流動も収まりつつある。その結果どの条件も、高粘性領域がさらに広範囲に広がっている。

最後に、標準条件で  $t = 2.50\text{ s}$  に対応する結果を見る。気液界面図では、すべての条件でスロッシングはないが、条件 2 の気液界面に多少の凹凸が残っている。2 次元の図 4.4-3 では、この時間においても条件 2 には大きなスロッシングが見られた。2 次元と 3 次元の比較ではスロッシングの大きさや気泡の上昇について異なるものの、各条件間の相対差には大きな違いはない。

図 5.3-2,3 の充填終了以降の気液界面の挙動をより明確にするため、気液界面高さの時間変化を図 5.3-5 に示す。図 5.3-4 の赤色の矢印のように、 $x-z$  断面の左右の壁面から  $5\text{ mm}$  の位置での、紙容器底面から気液界面までの距離を気液界面高さとする。図 5.3-5 (a) は、紙容器の前面( $y = 0\text{ mm}$ )から  $5\text{ mm}$  の位置における  $x-z$  断面で取られた気液界面高さの変化であり、左壁面( $x = 0\text{ mm}$ )から  $5\text{ mm}$  の位置での気液界面高さの時間変化と、右壁面( $x = 70\text{ mm}$ )

から 5 mm の位置での気液界面高さの時間変化を表している。同様に、図 5.3-5 (b) は紙容器の中心(紙容器の前面から 35 mm)における  $x-z$  断面で取られた気液界面高さの変化、図 5.3-5 (c) は紙容器の前面から 65 mm の位置における  $x-z$  断面で取られた気液界面高さの変化である。気液界面高さの時間変化は、牛乳の充填が終了した時間以降で示した。すなわち、条件 1 は  $t=1.25$  s 以降、標準条件は  $t=1.00$  s 以降、条件 2 は  $t=0.83$  s 以降である。

全体的傾向として時間とともに気液界面位置が下がっているのは、液相中に巻き込まれた気泡が徐々に抜けていくためである。図 5.3-5 の(a), (b), (c) に共通して言えるのは、スロッシングが最も大きいのは条件 2 であり、標準条件と条件 1 にはスロッシングの大きさにほとんど差はない。すべての条件で(b)に比べて(a)や(c)が大きいということはなく、充填終了後においては、隅部分が大きく盛り上がるような状態は発生していない。

それぞれの条件での気液界面高さの変化について、図 5.3-5 及び図 5.3-1, 2, 3 の解析結果を合わせて考察する。まず、スロッシングの大きい条件 2 に注目する。条件 2 の充填終了前である図 5.3-1 の  $t=0.75$  s と図 5.3-2 の  $t=0.83$  s を見ると、牛乳の流入速度が大きいため左右の壁側に牛乳が押し上げられた状態になる。これが図 5.3-5 (a) の右側や図 5.3-5 (b) の左右の大きなスロッシングである。このスロッシングは高い周期性を持って次第に減衰するが、図 5.3-5 (c) の右側  $t=1.50$  s のように振幅が増加する部分も見られることから、気泡上昇による界面変動の影響も受けていることがわかる。

条件 1 の挙動に関しては、充填終了前の図 5.3-1 の  $t=1.13$  s と図 5.3-2 の  $t=1.25$  s の気液界面形状は、条件 2 に比べると乱れは非常に小さい。スロッシングも小さく、周期性も弱いことから、底面付近まで分布している上昇速度の遅い小さな気泡が、気液界面を抜ける際に界面を変動させていると言える。

続いて標準条件を詳細に観察する。充填終了前の図 5.3-1 の  $t=0.90$  s と終了直後の図 5.3-2 の  $t=1.00$  s の気液界面図での形状は、条件 1 と条件 2 の充填終了前後と比べると、その中間的な複雑さである。トロイダル気泡が崩壊した比較的大きな気泡が  $t=1.40$  s から  $t=1.60$  s にかけて紙容器左側の気液界面を抜ける際、図 5.3-5 (a), (b), (c) の左側で見られるように、スロッシングを打ち消す作用となっている。この後は小さな気泡が上昇するのみで、 $t=2.50$  s 以降は、(a), (b), (c) のすべてでスロッシングは条件 1 よりわずかに小さくなる。

充填終了後の気液界面のスロッシングに関しては、4.4 節の 2 次元解析では、(1)「気泡が気液界面を横切り、気液界面を変動させる影響」と、(2)「充填に起因する気液界面の変形挙動の影響」の 2 つが主要因になると考えた。そして、牛乳の流入速度が小さい条件 1 では(1)が支配的となり、流入速度の大きい条件 2 では(2)が支配的となるとした。さらに標準条件では(1)と(2)の両方の影響の大きさが同程度で、この両者が時に相殺することで、スロッシングを減衰させるとした。3 次元解析においても、基本的に同様のことが言える。ただし、条件 2 では、(2)とともに(1)の影響も大きいことがわかる。このように 3 次元解析と 2 次元解析に若干の相違はあるが、充填開始時の液跳ねと充填終了後の気液界面の挙動については、本質的な違いはない。充填能力を 0.8 倍に下げると、充填開始直後の液跳ねは多いが、

充填後半の気液界面形状の乱れは小さい。逆に充填能力を 1.2 倍に上げると、充填前半の液跳ねは少なくなるが、充填終了後の気液界面形状が複雑となり、搬送動作を与えた場合にはスロッシングで紙容器から牛乳が流出するおそれもある。これらは 2 次元解析と 3 次元解析に共通して言える。充填能力に応じて充填開始時の液跳ねと充填終了時の気液界面形状とはトレードオフの関係となるが、トップシール面への充填液の付着を防止しつつ、できるだけ高い充填能力を得るという点では、標準条件は適切な充填能力であると言える。

さらに注目したいのが、充填開始時に牛乳が紙容器底面へ衝突する際に発生する気泡である。条件 1 は条件 2 に比べて流入速度が低いにも関わらず、充填開始時の液跳ねが多い。この原因は、条件 1 では牛乳衝突時に発生する気泡量が多いからである。気泡の存在によって気液界面の位置が高くなり、気泡の上昇運動によって牛乳の流動は複雑になる。この気泡は牛乳の流入によって牛乳中に留まるが、流入速度が低くなると分散しながら上昇を始める。そして、充填終了後に気液界面を横切ることから、スロッシングにおいても影響を及ぼすこととなる。

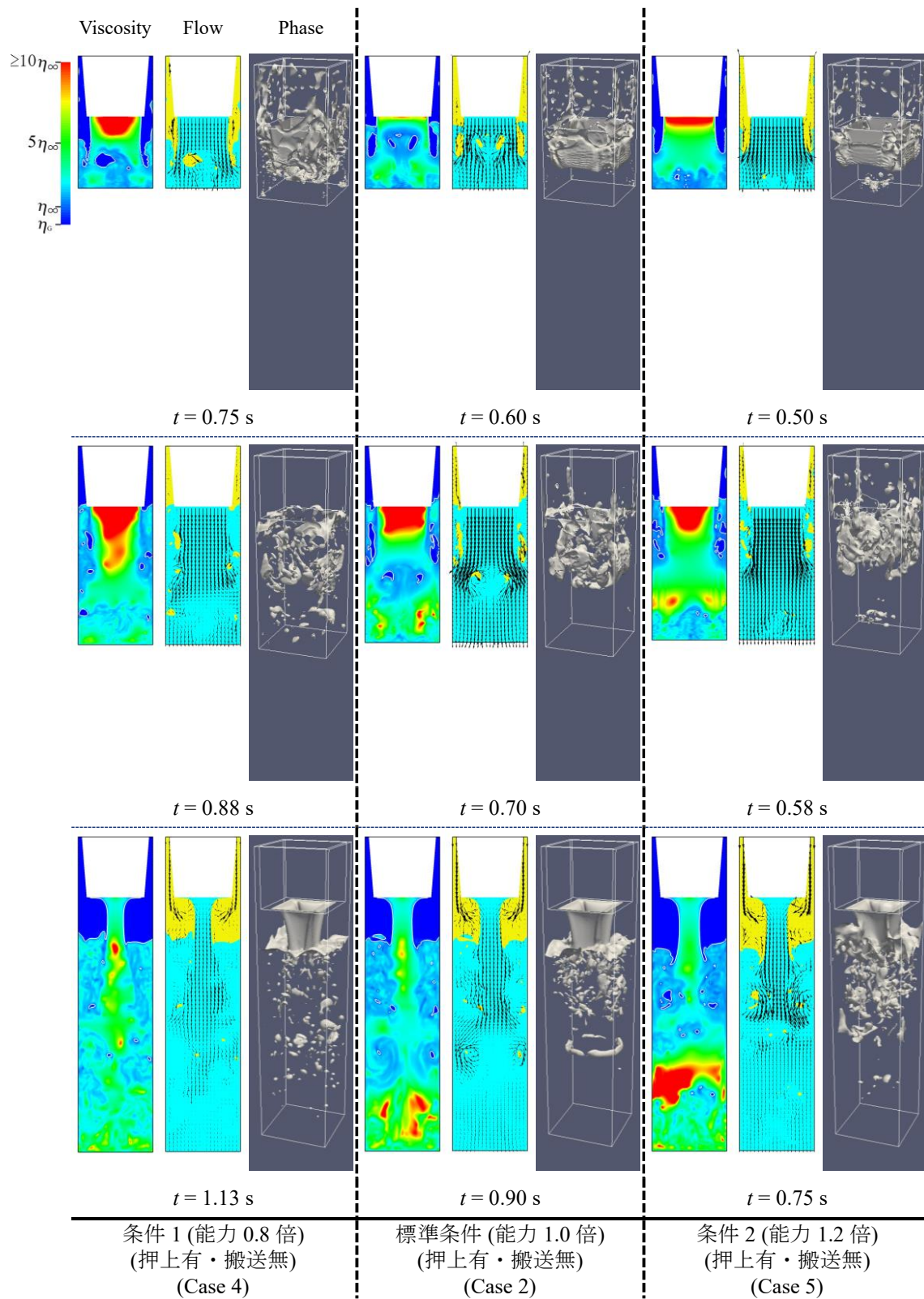


図 5.3-1 充填能力による影響の解析結果 (3 次元)

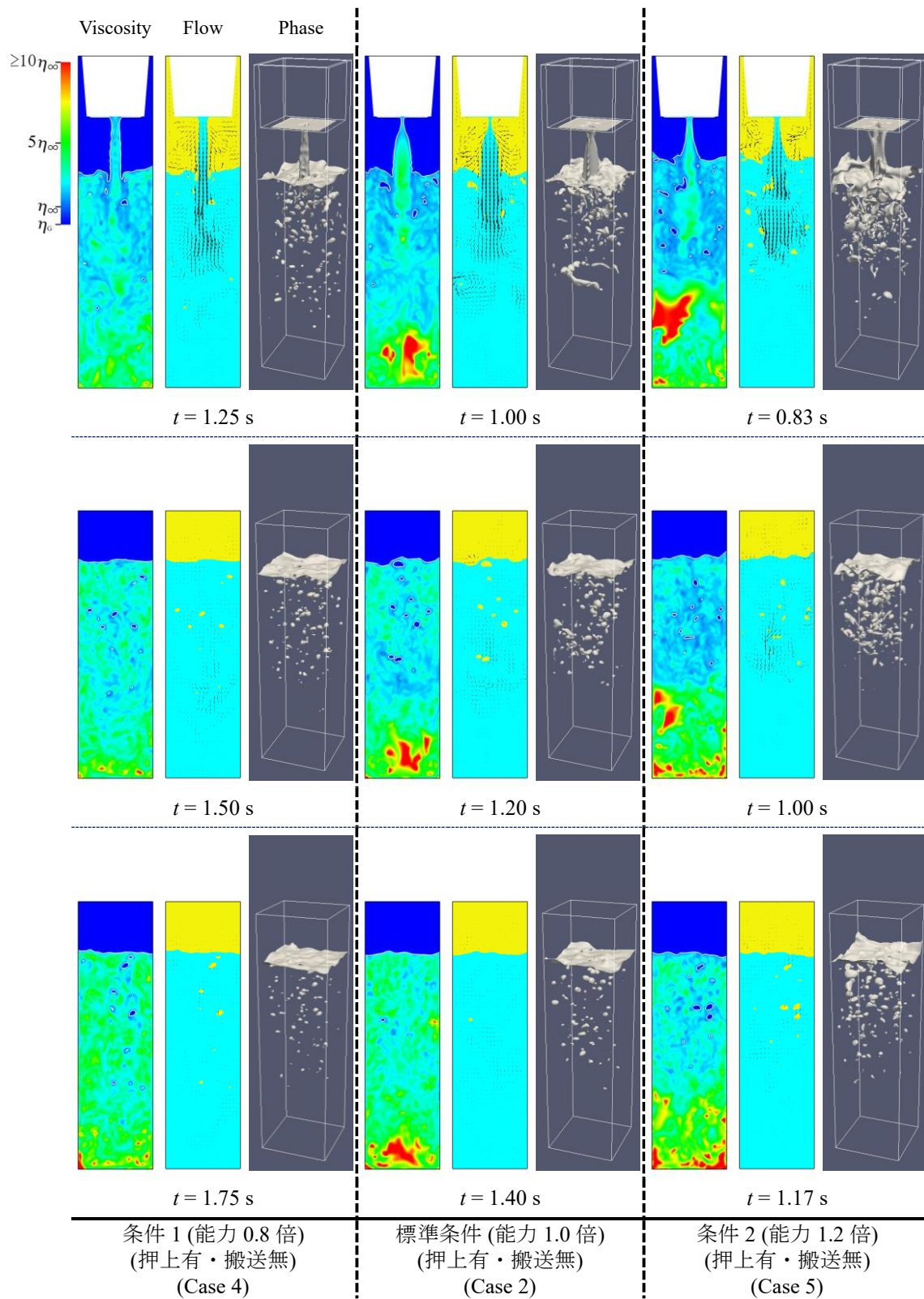


図 5.3-2 充填能力による影響の解析結果 (3 次元)



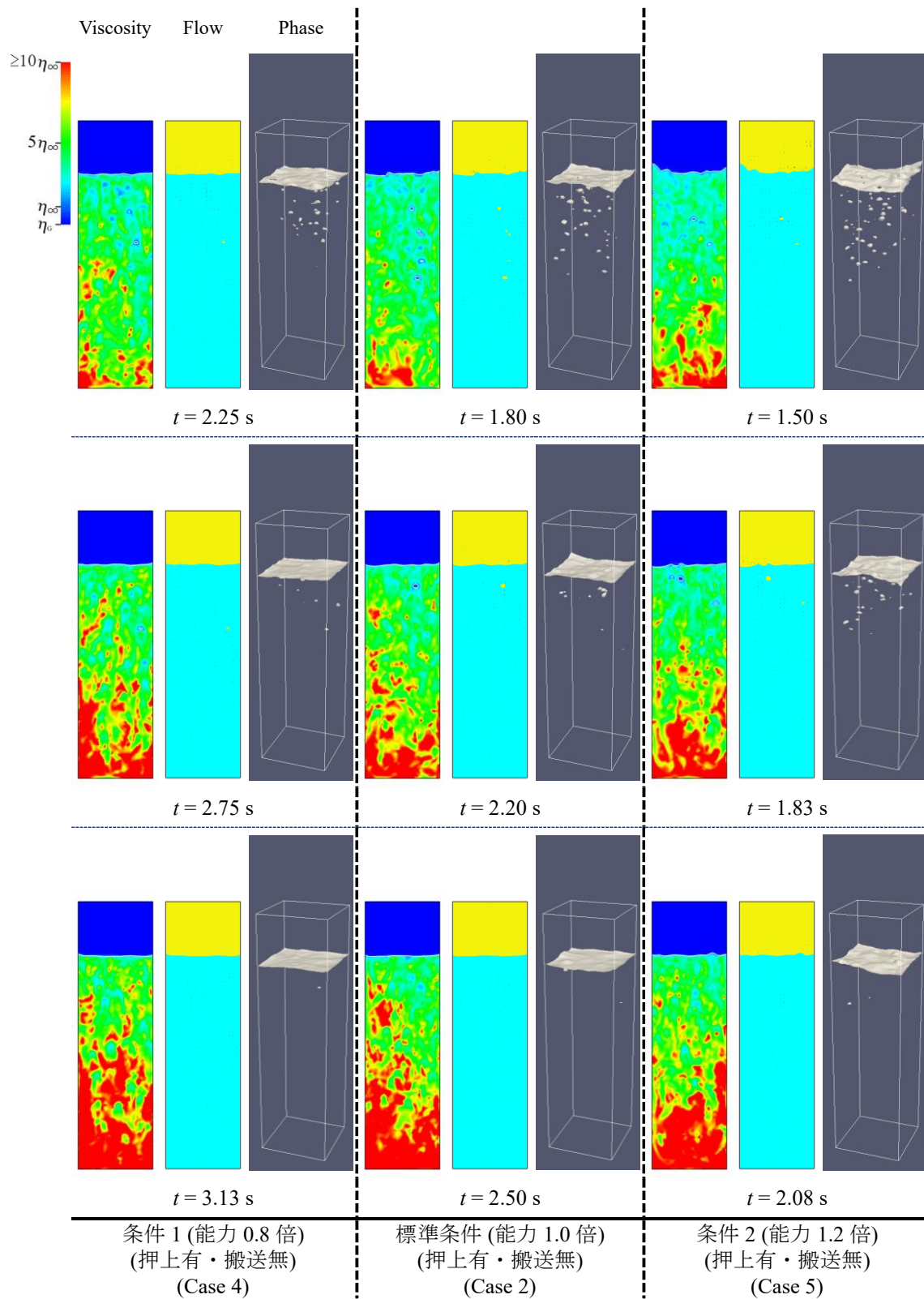


図 5.3-3 充填能力による影響の解析結果 (3 次元)

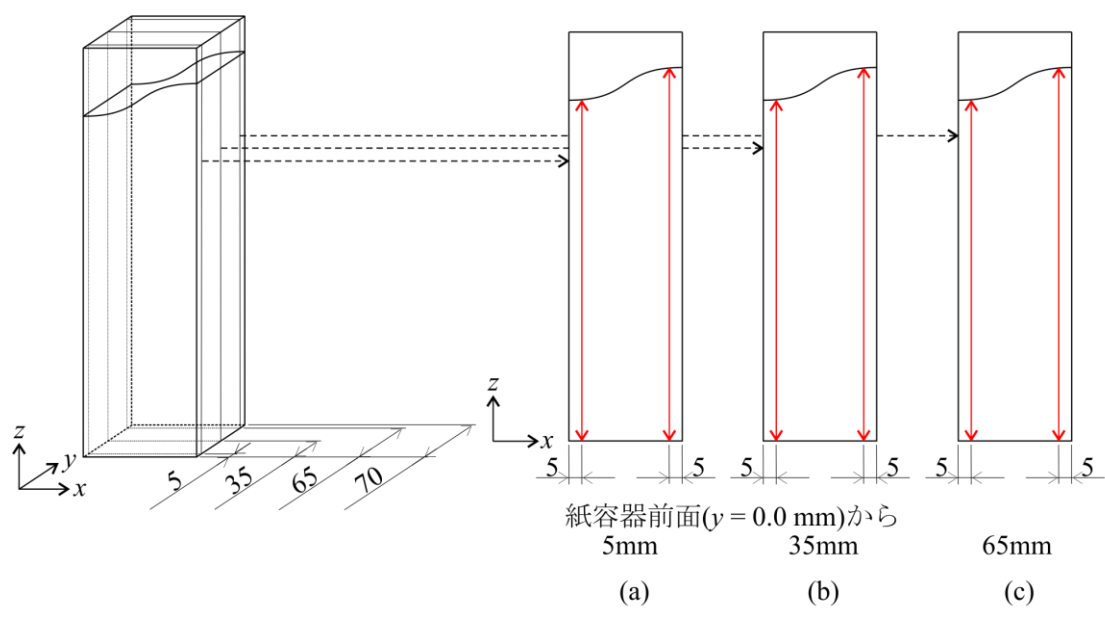
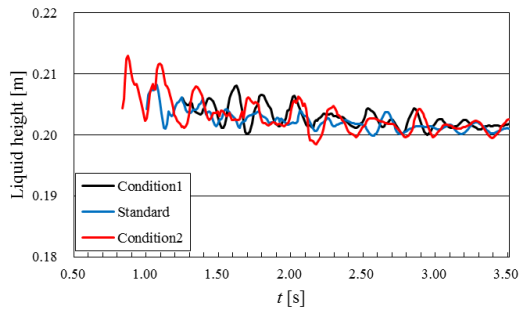
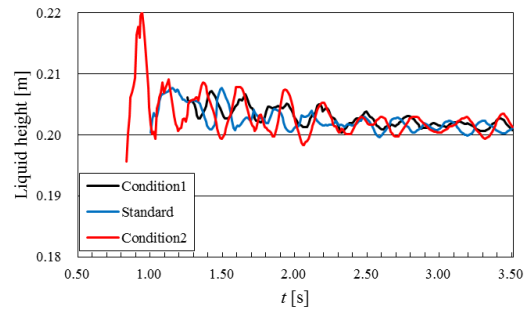


図 5.3-4 気液界面高さの位置 (3次元)

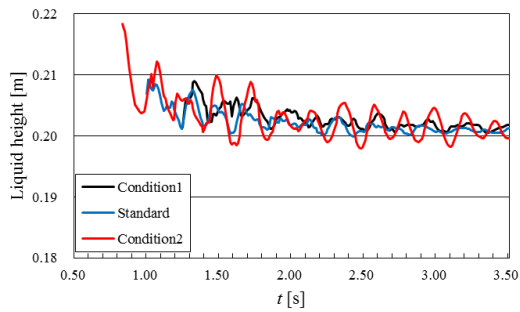


Left side

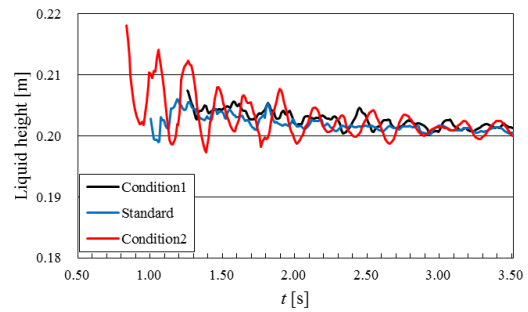


Right side

(a) 前面から 5 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

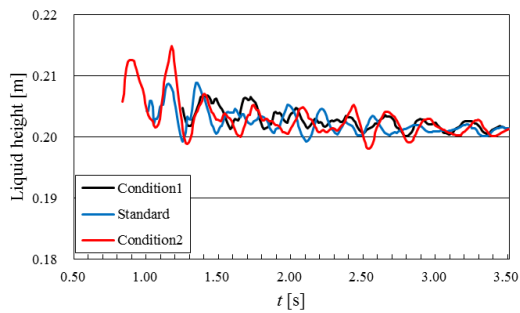


Left side

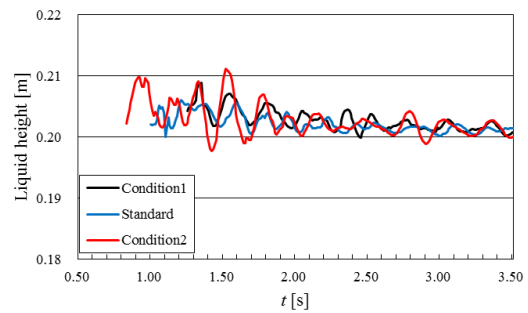


Right side

(b) 前面から 35 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ



Left side



Right side

(c) 前面から 65 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

図 5.3-5 充填能力による気液界面高さの時間変化 (3 次元)

#### 5.4 3次元数値解析のまとめ

第5章では、第4章で行った2次元数値解析を3次元空間に拡張し、操作条件が流動ダイナミクスに与える影響について、より詳細に検討した。

まず、紙容器の押上げ動作の効果を確認した。トロイダル気泡の発生、紙容器内に取り込まれた気泡の空間分布や複雑形状、また液跳ねが発生する位置や飛散している液滴の形状・状態などの情報を、3次元数値解析によって得ることができた。

次に、充填能力による影響を、3次元数値解析によって確認した。充填能力を高く変更した場合と低く変更した場合の解析より、充填開始時の液跳ねと充填終了時の気液界面形状はトレードオフの関係にあることがわかった。紙容器トップシール面への充填液の付着を防止する観点からすると、現在使用されている充填・押上動作曲線に対しては、標準条件が適切な充填能力であることを3次元数値解析からも確認した。2次元数値解析で得られた知見と3次元数値解析から得られた知見は同じであったが、詳細な液跳ねの発生位置、紙容器内での気泡の分布や状態の知見を得るには、3次元数値解析による評価が不可欠である。したがって、牛乳充填過程の操作条件の最適化を実現するためには、3次元数値解析を用いる必要があると言える。

さらに、3次元解析によってより明白となったのは、充填開始時に牛乳が紙容器底面へ衝突する際に発生する気泡の影響である。この気泡の存在によって気液界面の位置が高くなり、気泡の上昇運動によって牛乳の流動も複雑になる。牛乳の流入によってこの気泡は牛乳中に留まるが、流入速度が低くなると分散しながら上昇を始める。そして、充填終了後に気液界面を横切る。この気泡は、充填開始時の液跳ねだけではなく、充填終了後のスロッシングにも影響を及ぼしていることがわかった。

## 第6章 流入速度分布の影響

5.4節のまとめで、充填開始時に牛乳が紙容器底面へ衝突する際に発生する気泡が、充填状態に及ぼす影響が無視できないとした。この章では、衝突時の気泡の発生を抑えるために、充填ノズルからの流入速度分布を変えることを試みた。第5章と同様の3次元数値解析において、流入速度分布を変えた解析を行うことにより、流入速度分布が充填状態に及ぼす影響を見た後、充填装置の高能力化の可能性を検討した。

### 6.1 凹型と凸型の比較

ここまでの2次元及び3次元数値解析では、充填ノズルからの流入速度(吐出速度)の分布を、一様流として計算した。これは3.1節の解析系での説明のとおり、ノズル先端には速度分布を一様とするために1mm以下のピッチの金網を複数枚重ねてあることによる。この流入速度の分布を式(6-1)によって変更し、流入速度分布が充填状態に及ぼす影響を見た。まず、凹型となる速度分布と、凸型となる速度分布での比較を行った。

$$V_{in}(t, x, y) = V(t) \left\{ A \cdot \left[ \sin\left(\frac{x}{48}\pi\right) \cdot \sin\left(\frac{y}{53}\pi\right) - \frac{4}{\pi^2} \right] + 1 \right\} \quad (6-1)$$

上式において、 $V_{in}(t, x, y)$  : 流入速度、 $V(t)$  : 一様流での流入速度、 $A$  : 流入速度分布の大きさを表すパラメータである。図3.1-3の赤色部分で示すノズル先端流入部の大きさは48mm( $x$ 方向) × 53mm( $y$ 方向)であり、 $x$  ( $0 \leq x \leq 48$ )と $y$  ( $0 \leq y \leq 53$ )はその座標である。 $4/\pi^2$ の項は、 $A$ の値を変えても流量を一様流と同じとするために追加している。

$$V_{in}^*(t, x, y) = \frac{V_{in}(t, x, y)}{|V(t)|} \quad (6-2)$$

式(6-1)による流入速度分布を明確にするため、式(6-2)のように $V(t)$ によって無次元化した $V_{in}(t, x, y)$ を $V_{in}^*(t, x, y)$ とする。 $A$ の値を $-0.8, 0.0, 0.8$ と変えた場合の $V_{in}^*(t, x, y)$ を、図6.1-1に示す。充填ノズルが下向きであることから、 $V_{in}^*(t, x, y)$ は $z$ 方向に負の値を持つ。 $A = 0.0$ の場合の $V_{in}^*(t, x, y)$ は、図6.1-1(b)のように $-1$ の値を持つ一様流となる。 $A < 0.0$ の場合は図6.1-1(a)のように中央部の流入速度が低く、逆に $A > 0.0$ の場合は図6.1-1(c)のように中央部の流入速度が高い分布となる。5.2節で考察したように、一様流( $A = 0.0$ )では牛乳が紙容器底面に衝突する時に、牛乳先端の円周部側の速度が加速することで先端中央部に窪みができ、この窪みの気相が牛乳中に取り込まれた。 $A = -0.8$ では流入速度分布が下に凹となることで窪みが大きくなり、逆に $A = 0.8$ では下に凸となることで窪みが小さくなることが予想される。

操作条件は標準能力で搬送動作を与えた表3.1-1のCase1とし、 $A$ の値を $-0.8, 0.0, 0.8$ と変えた場合の解析結果を比較した。図6.1-2, 3, 4に解析結果を示す。図6.1-2, 3, 4において、

左から  $A = -0.8$ ,  $A = 0.0$ ,  $A = 0.8$  の解析結果となっている。解析結果は、図 5.2-1 と同様に紙容器中心を通る  $x-z$  断面での粘度分布図、速度ベクトル図と 3 次元での気液界面図であり、粘度分布図での粘度の変化範囲、ベクトル・スケールも図 5.2-1 と同じである。

まず、図 6.1-2 の牛乳充填中に対する解析結果から考察する。 $t = 0.48$  s は、牛乳が紙容器底面に衝突する直前であり、粘度分布と速度ベクトル図から流入速度分布の違いがよくわかる。一様流( $A = 0.0$ )では牛乳先端部の円周部側の速度が加速することで中央の窪みができているが、 $A = -0.8$  では流入速度分布が下に凹となることでこの窪みが非常に大きい。逆に  $A = 0.8$  では流入速度分布が下に凸となることで、窪みは見られない。

$t = 0.50$  s は、牛乳が紙容器底面に衝突した直後である。速度ベクトル図を見ると、 $A = -0.8$  の衝突時に紙容器底面で窪みによって発生する気泡は、一様流( $A = 0.0$ )に比べると非常に大きく、気泡内に上昇するベクトルが見られる。逆に  $A = 0.8$  の速度ベクトル図では、衝突時の気泡は発生していないことがわかる。粘度分布図では、一様流でない  $A = -0.8$  と  $A = 0.8$  では、ノズル付近の高粘性領域は小さい。

次に  $t = 0.60$  s を見る。気液界面図では、牛乳の跳ね上がりは  $A = -0.8$  が最も多く、一様流( $A = 0.0$ )と  $A = 0.8$  は同程度である。 $A = -0.8$  と一様流( $A = 0.0$ )の速度ベクトル図では、 $t = 0.50$  s での窪みが大きな気泡となり、ノズル下に存在している。この気泡によって、ノズルから流入する牛乳の流動が妨げられている。 $A = 0.8$  の速度ベクトル図では、流入した牛乳は気泡がないためにそのまま紙容器底面まで到達し、気液界面形状は最も単純である。

図 6.1-3 の  $t = 0.70$  s は、ノズルからの流入速度が最大となる時間である。速度ベクトル図では、各条件によって液相中の気相量と気液界面位置に大きな違いが見られる。 $A = -0.8$  では衝突時の大きな気泡が紙容器中央部左右にあり、充填ノズルから流入する牛乳と左右壁面を上昇してきた牛乳との間の気相も大きい。一様流( $A = 0.0$ )にも、これらの気泡が見られる。逆に  $A = 0.8$  では気相の取り込みが最も少なく、気液界面位置については、気泡の少ない  $A = 0.8$  が最も低くなる。流入した牛乳の流動は、 $t = 0.60$  s と同様に、 $A = -0.8$  と一様流( $A = 0.0$ )では衝突時に発生した気泡で妨げられるが、 $A = 0.8$  では紙容器底面まで到達する。粘度分布図を見ると一様流( $A = 0.0$ )ではノズル付近とともに、トロイダル気泡より下も高粘性領域となる。気液界面図では、 $A = -0.8$  は気液界面形状が複雑で、跳ね上がった液滴の量は最も多い。一様流( $A = 0.0$ )と  $A = 0.8$  では跳ね上がった液滴は紙容器隅部に見られ、液滴の高さと量は同程度である。

$t = 0.90$  s では、充填はほぼ終了している。気液界面図では、牛乳中の気相量は  $A = -0.8$  が最も多く、逆に  $A = 0.8$  が最も少ない。気液界面形状の乱れについても、 $A = -0.8$  の乱れが最も大きく、 $A = 0.8$  の乱れは最も小さい。速度ベクトル図では、この時点でも、 $A = 0.8$  の充填ノズルからの流動は紙容器底面まで到達している。

続いて、牛乳充填終了後に対する解析結果について考察する。 $t = 1.10$  s は、充填終了時から始まった搬送動作のために、どの条件も気液界面の右側隅部がわずかに上がっている。気液界面図では気泡が気液界面を横切ることによって気液界面形状が変動しているが、この

変動は  $A = -0.8$  が最も大きい。逆に最も小さいのは  $A = 0.8$  で、気液界面形状も穏やかである。牛乳中の気泡量を比較すると、一様流 ( $A = 0.0$ ) が最も多く、 $A = 0.8$  が最も少ない。

図 6.1-4 の  $t = 1.40$  s では、搬送動作が続いている。気液界面形状は、 $t = 1.10$  s と同様に  $A = 0.8$  が最も穏やかであるものの、他の条件との差はわずかである。粘度分布図では、一様流 ( $A = 0.0$ ) の紙容器底面付近にのみ高粘性領域が存在する。これは、この部分に気泡がないことを示す。

$t = 1.80$  s は、搬送動作が停止中であり、どの条件も気液界面はほぼ水平である。気泡による気液界面の変動は、 $t = 1.40$  s の時点で気泡量の多かった一様流 ( $A = 0.0$ ) が最も大きい、ここでも差はわずかである。

$t = 2.10$  s は次の搬送動作中であり、気液界面の右側が上がっている。 $A = -0.8$  の紙容器奥右側の気液界面と  $A = 0.8$  の紙容器手前右側の気液界面が、一様流 ( $A = 0.0$ ) に比べるとわずかに高くなっている。粘度分布図では、各条件ともに紙容器底面付近から上方へと高粘性領域が広がり始めている。

図 6.1-3, 4 の充填終了以降の気液界面の挙動をより明確にするため、気液界面高さの時間変化を図 6.1-5 に示す。気液界面高さの測定位置は、図 5.3-5 と同じである。気液界面高さの時間変化は、牛乳の充填が終了した  $t = 1.00$  s 以降で示した。

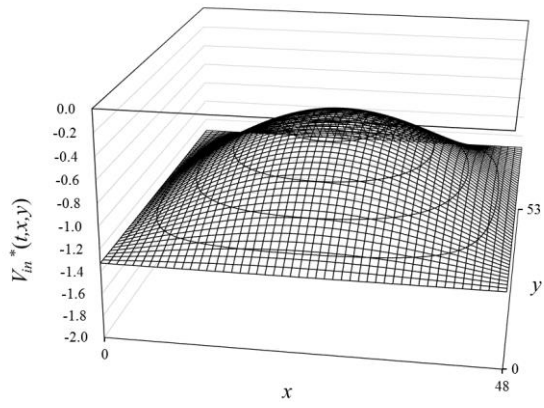
図 6.1-5 を見ると、搬送動作を与えたために、どの条件も  $t = 1.00$  s では気液界面の左側が下がり右側が上がった状態となる。ここで、図 6.1-5 (b) 右側の  $t = 1.00$  s で気液界面高さが  $0.23$  m を超えているのは、充填ノズルからの牛乳の垂れを見ているからである。一様流 ( $A = 0.0$ ) を基準とすると、 $A = -0.8$  のスロッシング挙動は大きく、 $A = 0.8$  のスロッシング挙動は小さくなる部分が多い。特に搬送動作中である  $t = 1.00$  s から  $1.50$  s 付近はトップシール面への充填液の付着が最も発生しやすい時間帯であるが、 $A = 0.8$  の気液界面位置が低いのが目立つ。

ここで、それぞれの条件での気液界面高さの変化について、図 6.1-5 及び図 6.1-2, 3, 4 の解析結果を合わせて考察する。図 6.1-2 の  $t = 0.60$  s から図 6.1-3 の  $t = 0.70$  s にかけて、一様流 ( $A = 0.0$ ) では、衝突時に発生したトロイダル気泡と、充填ノズルから流入する牛乳と紙容器左右壁面を上昇してきた牛乳との間の気泡が見られる。これらの気泡の上昇運動により、充填ノズルからの下向きの流動は斜め下方向へ向きが変わり、気液界面付近の流動は非常に複雑となり、気液界面形状は大きく乱れる。同様のことが  $A = -0.8$  でも起こるが、衝突時の気泡が一様流 ( $A = 0.0$ ) より大きいことから、気液界面形状の乱れも一様流 ( $A = 0.0$ ) より大きくなる。これに対し、 $A = 0.8$  は衝突時の気泡は発生せず、充填ノズルから流入する牛乳と紙容器左右壁面を上昇してきた牛乳との間の気泡量は少ない。また、充填ノズルからの下向きの流動を妨げるものは無く、そのまま紙容器底面へと到達する。よって、気液界面の変動も少ない。第 4, 5 章では、充填終了後の気液界面のスロッシングに関しては、(1)「気泡が気液界面を横切り、気液界面を変動させる影響」と、(2)「充填に起因する気液界面の変形挙動の影響」の 2 つが主要因になると考えた。 $t = 1.00$  s から  $1.50$  s 付近において  $A = 0.8$  のス

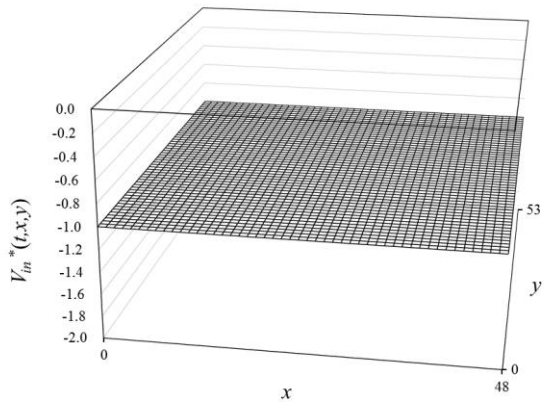
ロッシングが小さいのは、この (1) と (2) の両方が  $A = -0.8$  及び一様流 ( $A = 0.0$ ) よりも小さいためである。  $t = 1.50$  s 以降のスロッシングについては (1) の影響が支配的となり、気泡の量と気泡が上昇して気液界面を横切る位置とが影響する。このため、図 6.1-5 (b) 右側の  $t = 2.10$  s 付近や、図 6.1-5 (b) 左側の  $t = 2.30$  s 付近のように、  $A = 0.8$  のスロッシングが最小とはならない部分も存在するが、全体的な傾向としては、  $A = 0.8$  のスロッシングが最も小さい。

以上より、流入速度分布を下に凸 ( $A = 0.8$ ) とすることで、充填開始時に牛乳が底面へ衝突する際に牛乳先端部の窪みをなくすことが可能となり、大きな気泡の発生を抑制できることがわかった。  $A = 0.8$  の牛乳の跳ね上がりは、一様流 ( $A = 0.0$ ) と同程度である。気泡量が少ないことにより、充填中の気液界面位置は低い。また充填終了後も、気泡量が少ないために、気泡が気液界面を横切ることによる気液界面の変動も少ない。第 4, 5 章では、充填開始時の液跳ねと充填終了時の気液界面形状はトレードオフの関係にあるとしたが、流入速度分布を下に凸とすることで、充填開始時の牛乳の跳ね上りを同程度としながら、気液界面形状の乱れを少なくすることが可能となる。

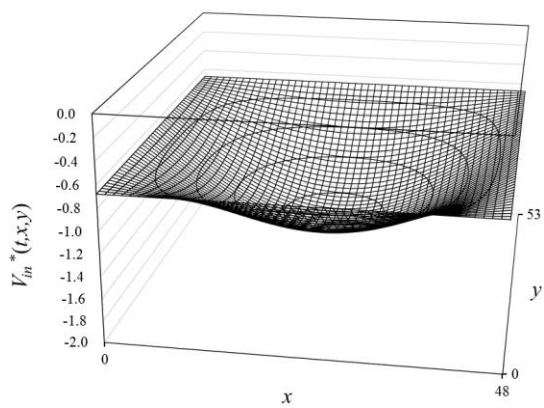




(a)  $A = -0.8$  の  $V_{in}^*(t, x, y)$



(b)  $A = 0.0$  の  $V_{in}^*(t, x, y)$



(c)  $A = 0.8$  の  $V_{in}^*(t, x, y)$

図 6.1-1 流入速度分布(凹型と凸型)

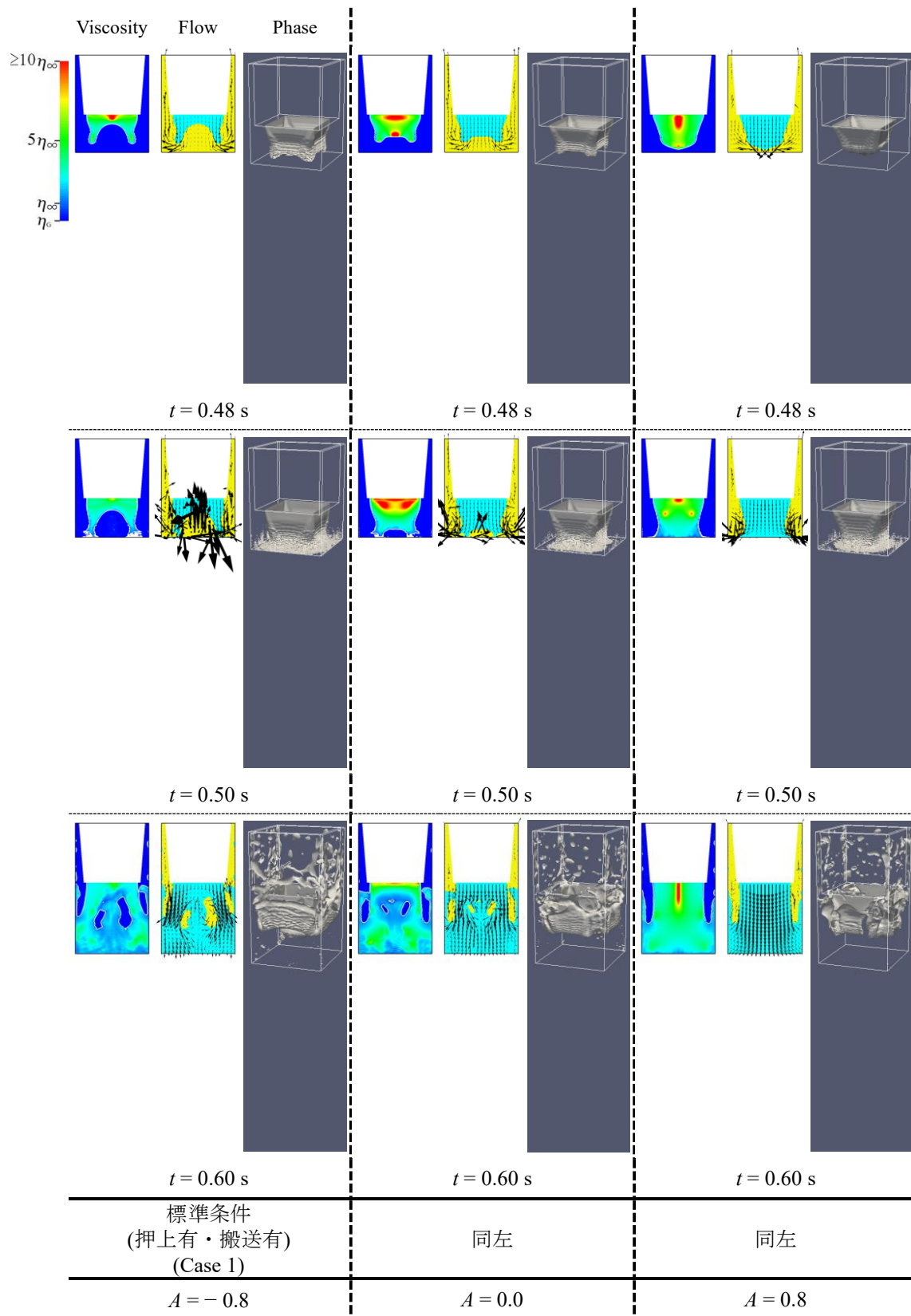


図 6.1-2 流入速度分布(凹型と凸型)による影響の解析結果

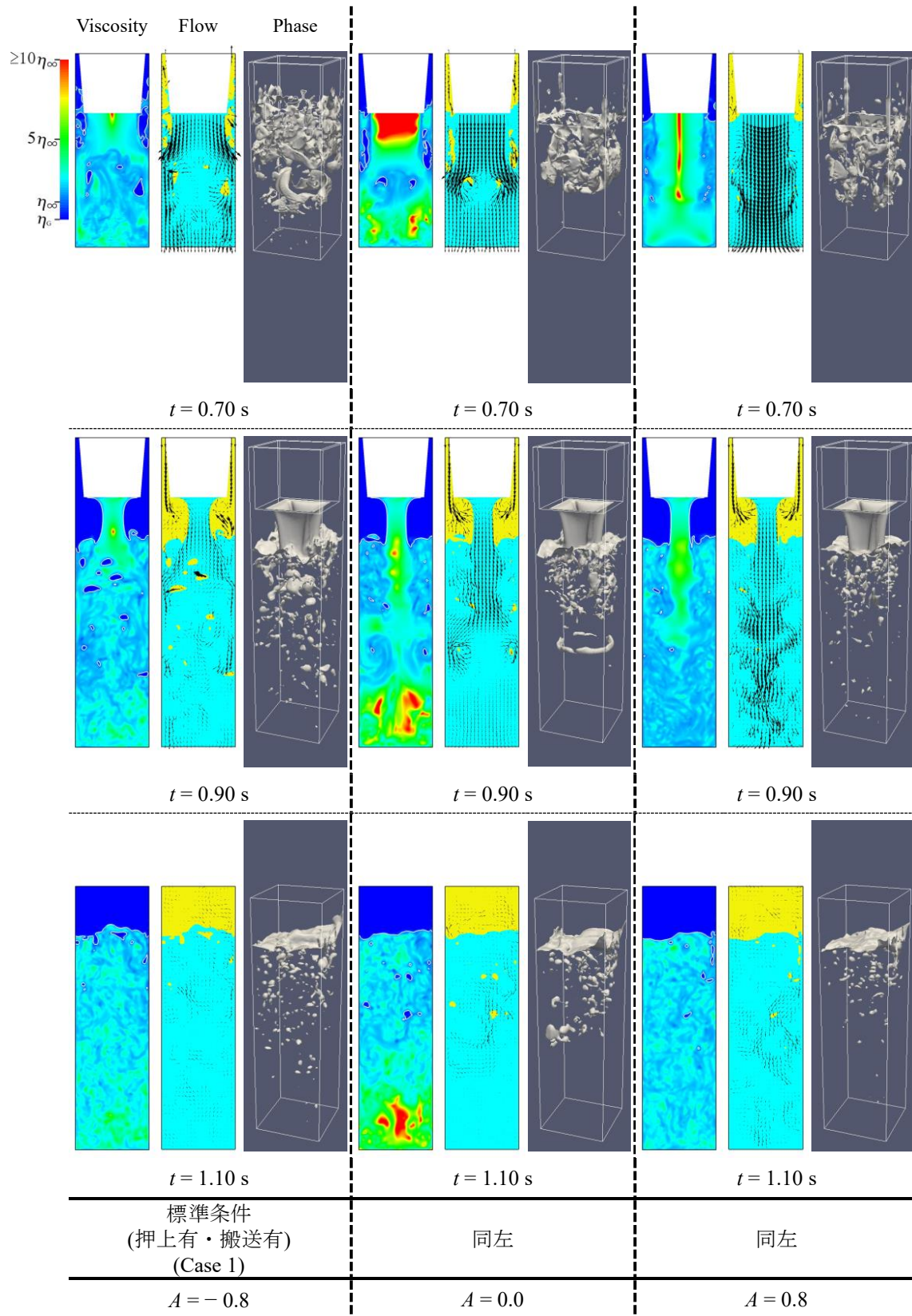


図 6.1-3 流入速度分布(凹型と凸型)による影響の解析結果

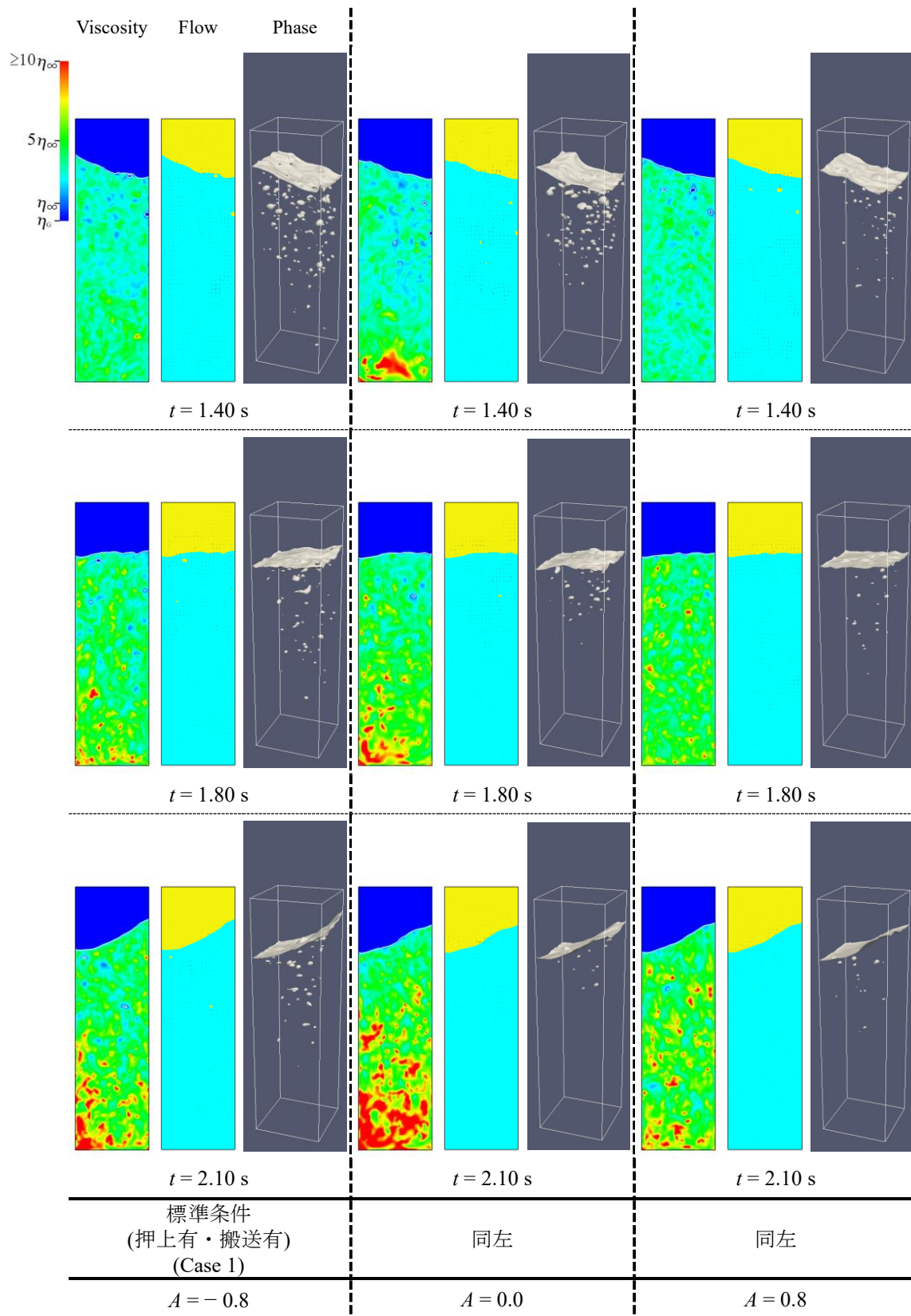
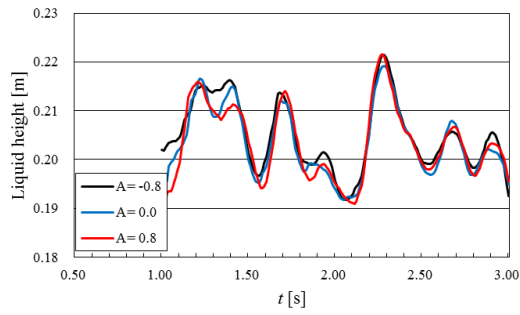
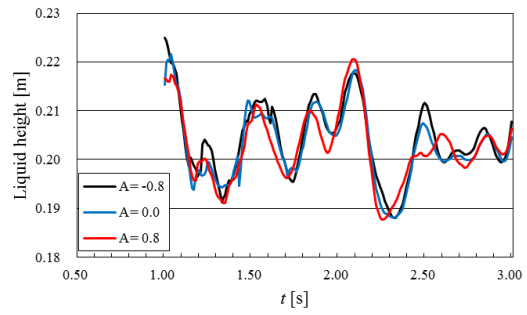


図 6.1-4 流入速度分布(凹型と凸型)による影響の解析結果

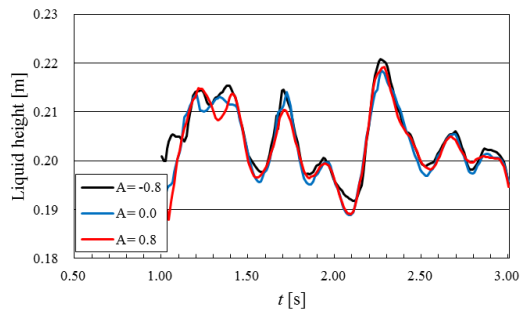


Left side

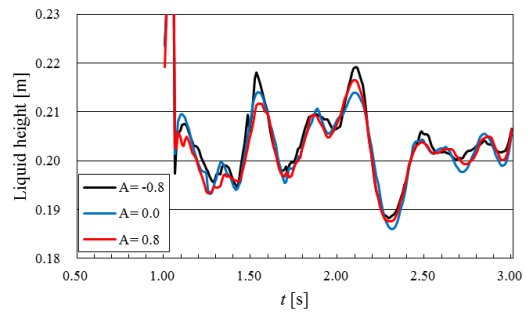


Right side

(a) 前面から 5 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

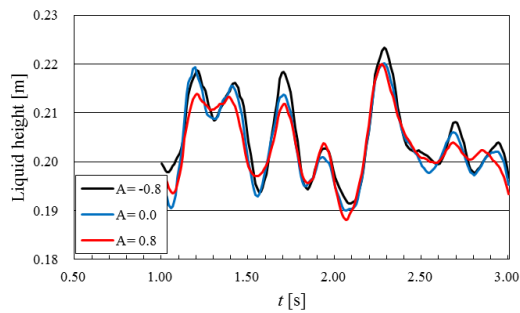


Left side

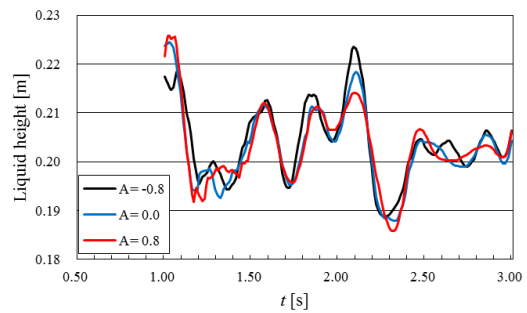


Right side

(b) 前面から 35 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ



Left side



Right side

(c) 前面から 65 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

図 6.1-5 流入速度分布(凹型と凸型)による気液界面高さの時間変化

## 6.2 凸型の大きさの比較

6.1 節では、下に凸となる流入速度分布によって大きな気泡の発生を防ぐことができ、充填状態が改善することがわかった。そこで、下に凸となる流入速度分布をさらに細かく検討するため、6.1 節の流入速度分布式(6-1)において  $A=0.4$ ,  $A=1.2$  とすることで、凸型の大きさを変えた数値解析を行った。図 6.2-1(a) に  $A=0.4$ , 図 6.2-1(c) に  $A=1.2$  の無次元化した  $V_{in}^*(t, x, y)$  を示す。比較のため、図 6.2-1(b) は図 6.1-1(c) と同じ  $A=0.8$  の無次元化した  $V_{in}^*(t, x, y)$  である。

操作条件は 6.1 節と同じく表 3.1-1 の Case 1 とし、式(6-1)の  $A=0.4$ ,  $A=0.8$ ,  $A=1.2$  の解析結果を、図 6.2-2, 3, 4 に示す。図 6.2-2, 3, 4 において、左から式(6-1)の  $A=0.4$ ,  $A=0.8$ ,  $A=1.2$  の解析結果である。中央の  $A=0.8$  は、図 6.1-2, 3, 4 と同じ結果を比較のために並べた。 $A$  の値を 0.4, 0.8, 1.2 と大きくするにしたがって、中央部分の流速が高くなる。解析結果は、図 5.2-1 と同様に紙容器中心を通る  $x$ - $z$  断面での粘度分布図、速度ベクトル図と 3 次元での気液界面図であり、粘度分布図での粘度の変化範囲、ベクトル・スケールも図 5.2-1 と同じである。

まず、図 6.2-2 の  $t=0.48$  s から見る。速度ベクトル図から紙容器底面に衝突する直前の牛乳先端の形状を比較すると、 $A=0.4$  では先端がほぼ水平であるのに対し、 $A=1.2$  では中央部の流速が高いためこの時点で衝突しているのがわかる。

$t=0.50$  s では、流入速度分布が最も一様流に近い  $A=0.4$  でも、牛乳衝突時の気泡の発生はない。粘度分布図を見ると、 $A$  の値が小さいほど充填ノズル下の速度勾配が小さくなり、高粘性領域が広がっている。

次に  $t=0.60$  s を見る。気液界面図での紙容器隅部の牛乳の跳ね上がりは、どの条件も同程度である。速度ベクトル図では流入速度分布の差が見られ、これが充填ノズル下の高粘性領域の大きさに影響を与える様子がわかる。

図 6.2-3 の  $t=0.70$  s はノズルからの流入速度が最大となる時間であり、速度ベクトル図での流入速度分布の違いがさらによくわかる。どの条件も流入速度分布を保ったまま流入が紙容器底面まで到達しており、 $A=1.2$  では高い速度が最も広範囲に及ぶ。粘度分布図でも流入速度分布の違いにより、 $A=0.4$  では緑色から赤色にかけての高粘性領域が広範囲に広がるのに対し、 $A=0.8$ ,  $A=1.2$  と  $A$  の値が大きくなるにしたがって、この高粘性領域が小さくなる。気液界面図では、 $t=0.60$  s の時点で充填ノズルから流入する牛乳と紙容器壁面に沿って上昇した牛乳との間に存在した気相が、気泡となっているのがわかる。この気泡は、下向きの流動の違いにより、 $A=1.2$  において最も低い位置に存在している。跳ね上がりについては、ここでも大きな違いは見られない。

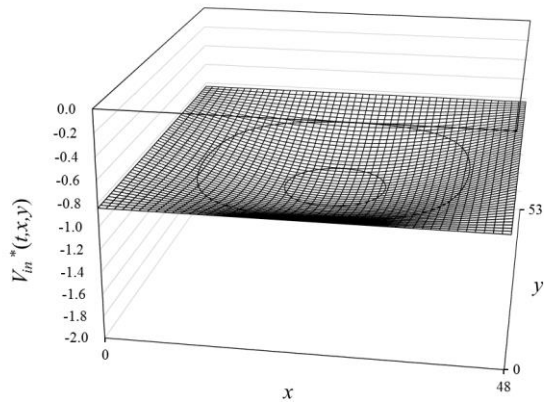
$t=0.90$  s では、充填はほぼ終了している。速度ベクトル図を見ると、ノズルからの流入が最も広範囲に紙容器底面まで到達しているのは、ここでも  $A=1.2$  である。気液界面図では、 $A=0.4$  の気泡量が最も多く、 $A=1.2$  の気泡量が最も少ないことがわかる。

これ以降は充填が終了し、搬送動作によるスロッシングが続く。図 6.2-3 の  $t=1.10$  s 及び

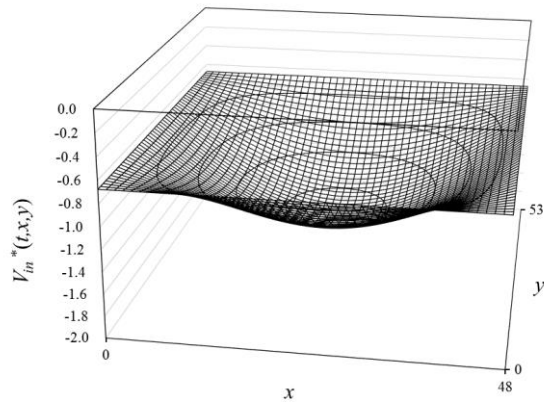
図 6.2-4 の  $t = 1.40 \text{ s}$  では、 $A = 0.4$  の気泡量が最も多いことと、 $A = 1.2$  での気液界面形状の乱れが最も少ないことがわかる。続く  $t = 1.80 \text{ s}$ ,  $t = 2.10 \text{ s}$  では、粘度分布図での紙容器底面付近の高粘性領域の広がり以外には、条件による違いはほとんど見られない。

図 6.2-3, 4 の充填終了以降の気液界面の挙動をより明確にするため、気液界面高さの時間変化を図 6.2-5 に示す。気液界面高さの測定位置は、図 5.3-5 と同じである。気液界面高さの時間変化は、牛乳の充填が終了した  $t = 1.00 \text{ s}$  以降で示した。

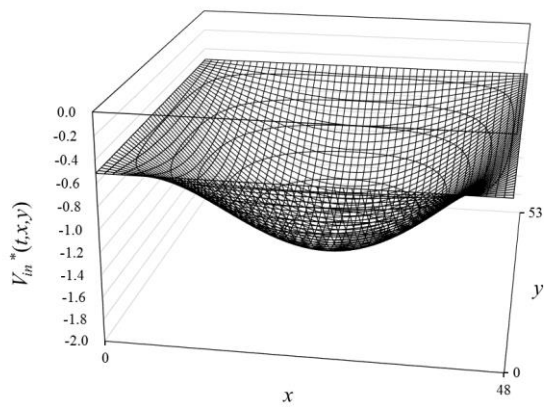
図 6.2-5 を細かく見ると、図 6.2-5 (a) の左側では、 $t = 2.30 \text{ s}$  付近での  $A = 1.2$  の気液界面が低い部分が目立つ。また、図 6.2-5 (c) の右側では、 $t = 2.10 \text{ s}$  付近での  $A = 0.8$  の気液界面が低い部分が目立つ。 $t = 2.10 \text{ s}$  や  $t = 2.30 \text{ s}$  で気液界面が高くなるのは、この位置で搬送動作による気液界面の上昇と気泡の上昇とが重なったためである。これより、この時間帯に上昇する気泡量は、 $A = 0.4$  に比べると、 $A = 0.8$  及び  $A = 1.2$  が少ないこととなる。充填開始時の牛乳の跳ね上がりは同程度であるが、充填終了後の気液界面形状の乱れについては、 $A = 0.4$  よりも  $A = 0.8$  及び  $A = 1.2$  がわずかに改善されていることがわかる。



(a)  $A = 0.4$  の  $V_{in}^*(t, x, y)$



(b)  $A = 0.8$  の  $V_{in}^*(t, x, y)$



(c)  $A = 1.2$  の  $V_{in}^*(t, x, y)$

図 6.2-1 流入速度分布(凸型の大きさ)



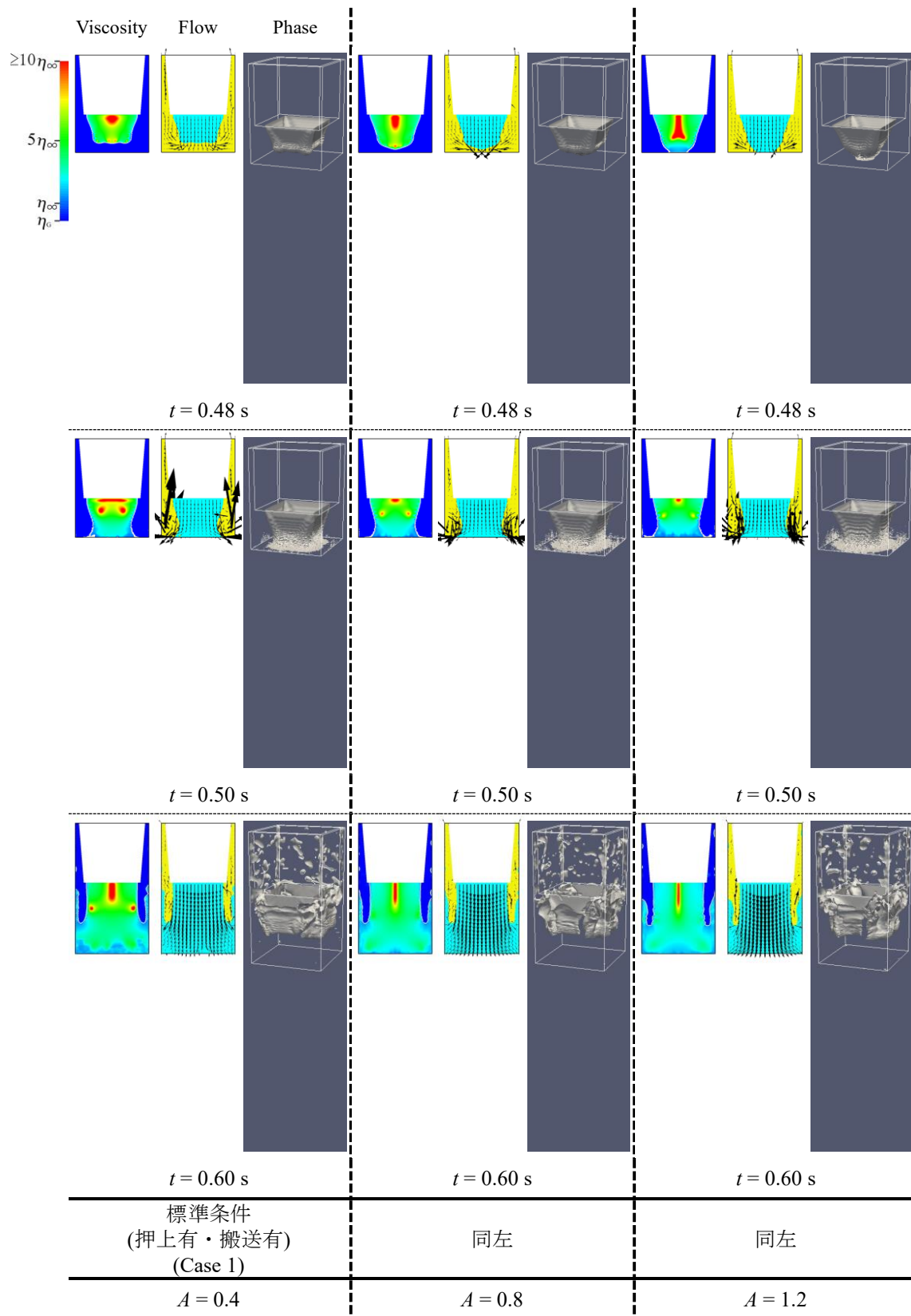


図 6.2-2 流入速度分布(凸型の大きさ)による影響の解析結果

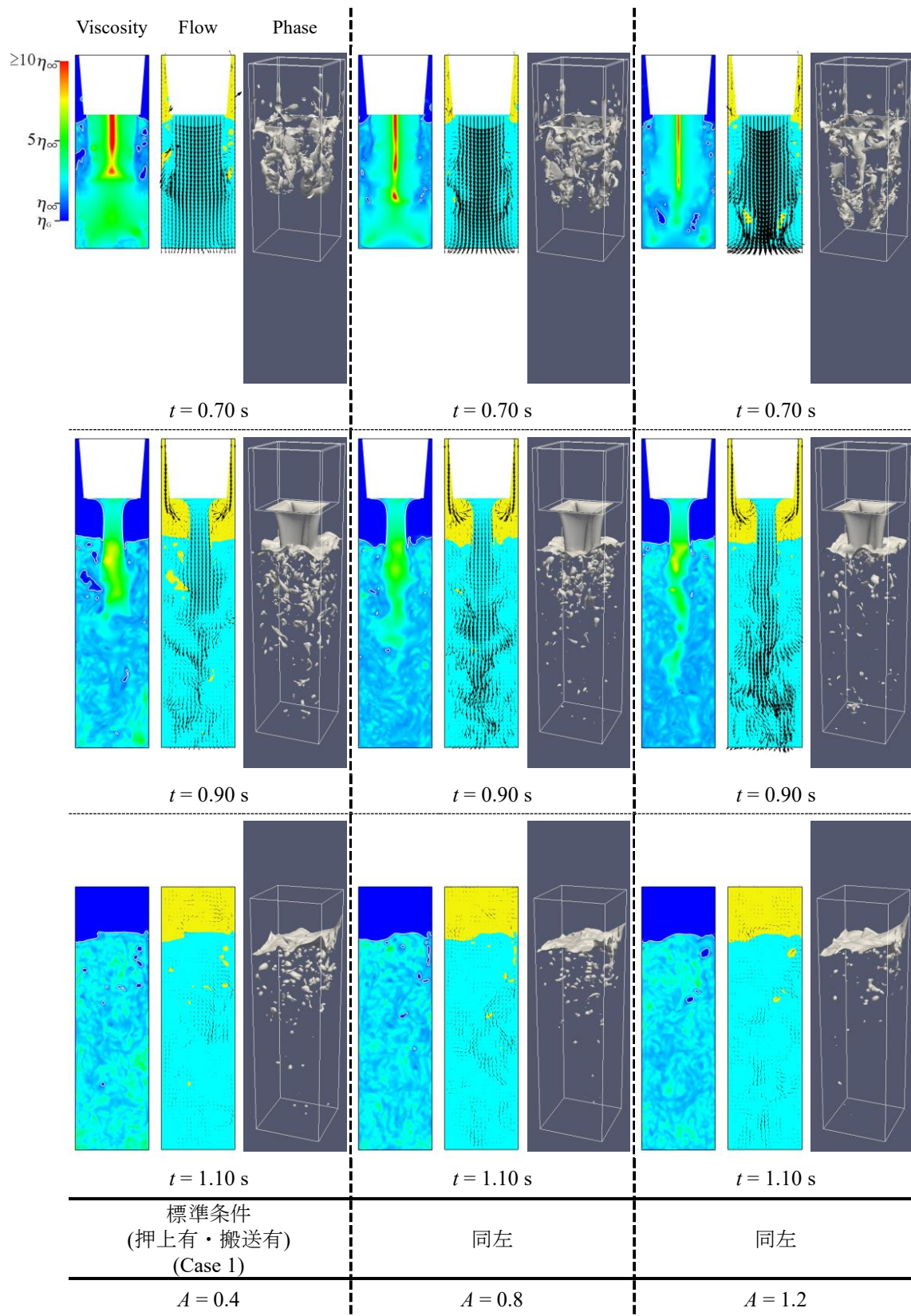


図 6.2-3 流入速度分布(凸型の大きさ)による影響の解析結果

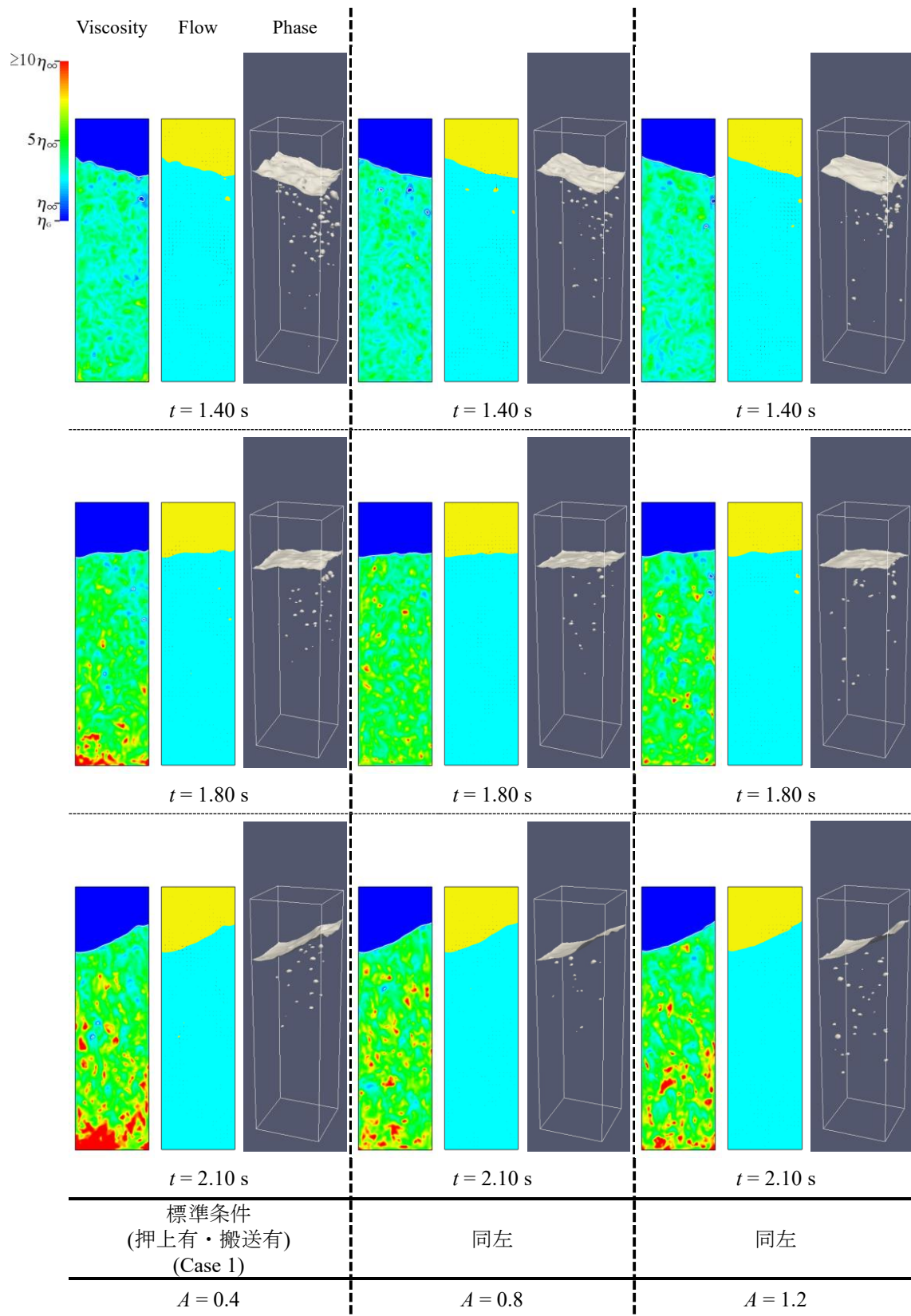
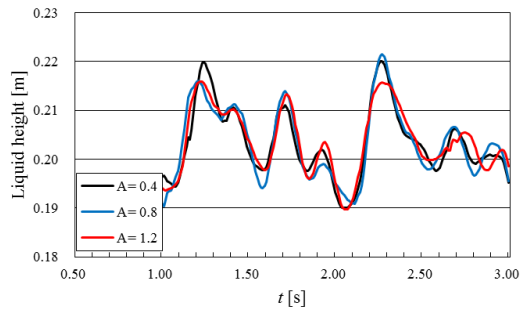
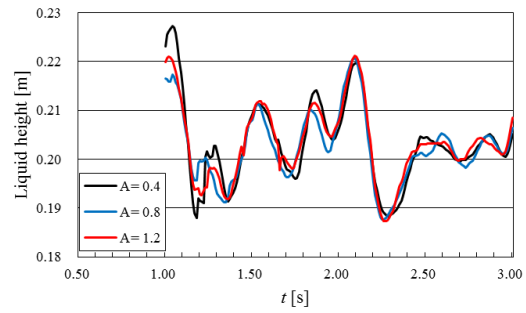


図 6.2-4 流入速度分布(凸型の大きさ)による影響の解析結果

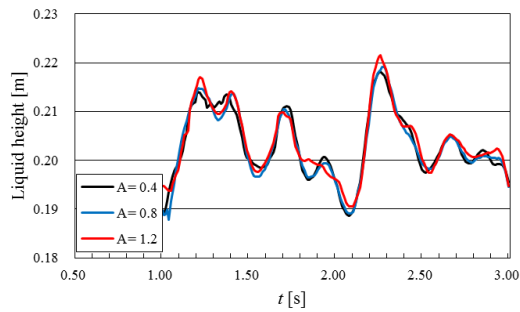


Left side

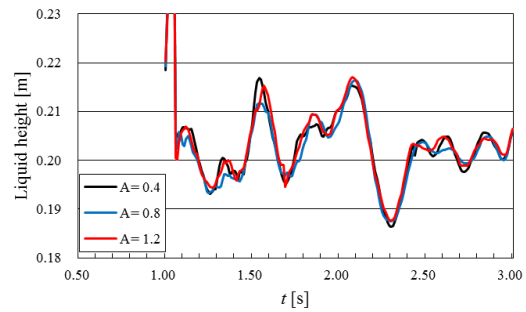


Right side

(a) 前面から 5 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

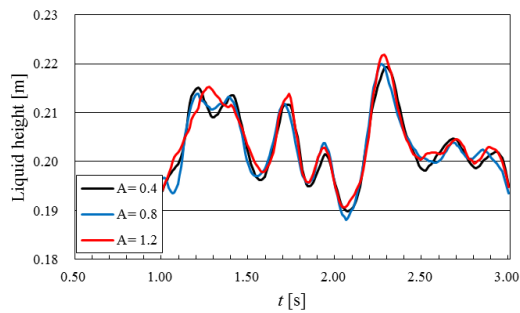


Left side

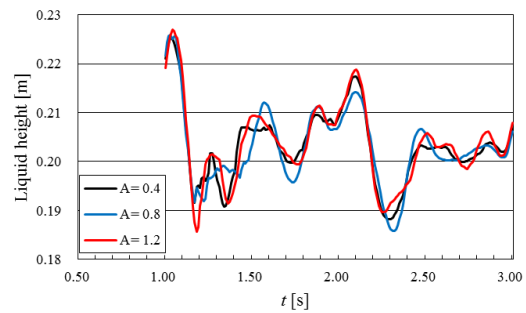


Right side

(b) 前面から 35 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ



Left side



Right side

(c) 前面から 65 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

図 6.2-5 流入速度分布(凸型の大きさ)による気液界面高さの時間変化

### 6.3 高能力化の可能性

6.1 節, 6.2 節では, 下に凸となる流入速度分布によって充填開始時の大きな気泡の発生を抑制できることがわかった. 気泡を少なくすることで, 充填中の気液界面を低く保つことができる. また, 下に凸となる流入速度分布の中でも  $A=0.8$  及び  $A=1.2$  は, 充填終了後の気液界面形状の乱れがわずかではあるが少ない. そこで, 下に凸となる流入速度分布による充填装置の高能力化の可能性を検証した. 操作条件は, 充填能力 1.2 倍である表 3.1-1 の条件 2(Case 5)とし, 5.3 節と同様に搬送動作は与えない.

図 6.3-1, 2, 3 に解析結果を示す. 図 6.3-1, 2, 3 において, 左から式(6-1)の  $A=0.0$ (一様流),  $A=0.8$ ,  $A=1.2$  の解析結果である. 解析結果は図 5.2-1 と同様に, 紙容器中心を通る  $x-z$  断面での粘度分布図, 速度ベクトル図と 3 次元での気液界面図であり, 粘度分布図での粘度の変化範囲, ベクトル・スケールも図 5.2-1 と同じである.

まず, 図 6.3-1 の  $t=0.40$  s で, 流入速度分布の違いを確認する. 一様流( $A=0.0$ )では, 牛乳先端部がほぼ水平であるが, わずかな窪みが見える.  $A=0.8$  と  $A=1.2$  では下に凸となる. 粘度分布図では, 一様流( $A=0.0$ )で充填ノズル下に高粘性領域が広がる

$t=0.50$  s では, 一様流( $A=0.0$ )で  $t=0.40$  s での牛乳先端部のわずかな窪みが, 紙容器底面への衝突時に気泡となっている. しかし, 図 6.1-2 の標準条件での一様流で発生した気泡と比べると, ずっと小さい.  $A=0.8$  と  $A=1.2$  では, 紙容器底面での衝突による気泡は発生しない. 牛乳の跳ね上がりについては, 一様流( $A=0.0$ ),  $A=0.8$ ,  $A=1.2$  の順に多くなるが,  $A=0.8$  と  $A=1.2$  の差はわずかである.

次の  $t=0.58$  s は, 充填能力 1.2 倍におけるノズルからの流入速度が最大となる時間であり, 速度ベクトル図では流入速度分布の違いがよくわかる. 速度ベクトル図で気液界面高さを比較すると, 一様流( $A=0.0$ ),  $A=0.8$ ,  $A=1.2$  の順に高い. 気液界面図での牛乳の跳ね上がりは, ここでも差はわずかであるが, 一様流( $A=0.0$ ),  $A=0.8$ ,  $A=1.2$  の順に多くなる.

図 6.3-2 の  $t=0.75$  s を見る. 気液界面図では, 一様流( $A=0.0$ )の気泡量が最も多く, 気液界面形状も複雑である. 逆に  $A=1.2$  は気泡が最も少なく,  $A=0.8$  はその中間である. 一様流( $A=0.0$ )の粘度分布図では, 紙容器中央部の小さな気泡より下に高粘性領域が存在し, 速度ベクトル図からは, ノズルからの下向きの流動は, この紙容器中央部の小さな気泡より下には達しない.  $A=0.8$ ,  $A=1.2$  の速度ベクトル図では, ノズルからの下向きの流動は紙容器底面まで到達している.

$t=0.83$  s では, 充填はほぼ終了している. 気液界面図では, 一様流( $A=0.0$ )の気液界面の形状が大きく乱れており, 牛乳中の気泡も最も多い. それに比べると,  $A=1.2$  の気液界面形状の乱れは小さい. ここでも  $A=0.8$  はその中間の状態となる.

これ以降は充填が終了し, 搬送動作はないものの, 充填終了時の流動と気泡の上昇によるスロッシングが続く. 図 6.3-2 の  $t=1.00$  s 及び図 6.3-3 の  $t=1.17$  s では,  $t=0.83$  s と同様に一様流( $A=0.0$ )の気液界面形状の乱れが大きく, 気泡量も多い.  $t=1.50$  s と  $t=1.83$  s においても, 一様流( $A=0.0$ )の気液界面形状の乱れはわずかに大きい. また, 粘度分布図で, 一様

流( $A = 0.0$ )の底面付近に高粘性領域が広がっているのが、 $A = 0.8$ や $A = 1.2$ との相違点である。

図 6.3-1, 2, 3 の充填終了以降の気液界面の挙動をより明確にするため、気液界面高さの時間変化を図 6.3-4 に示す。気液界面高さの測定位置は、図 5.3-5 と同じである。気液界面高さの時間変化は、牛乳の充填が終了した  $t = 0.83$  s 以降で示した。

それぞれの条件での気液界面高さの変化について、図 6.3-4 及び図 6.3-1, 2, 3 の解析結果を合わせて考察する。図 6.3-4 を見ると、搬送動作を与えていないため、充填終了時のスロッシングは徐々に減衰する。ここでも牛乳中の気泡が徐々に抜けていくために、時間とともに気液界面位置が下がる。スロッシングを比較すると、 $t = 1.50$  s 付近までは、 $A = 1.2$  の気液界面高さが低い部分が目立つ。これは、図 6.3-2, 3 の気液界面形状の乱れとも一致する。

図 6.3-2 の  $t = 0.75$  s を見ると、一様流( $A = 0.0$ )の速度ベクトル図では、充填開始時に発生した気泡により、ノズルからの下向きの流動が妨げられている。これは 6.1 節での標準能力の一様流( $A = 0.0$ )で見られたのと同じ現象である。気液界面付近の気泡が多いことと、充填ノズルからの流動の向きが変化することで、気液界面付近の流動は非常に複雑となり、気液界面形状は大きく乱れる。 $A = 1.2$  ではこの現象がなく、気液界面形状の乱れは小さい。充填終了時の  $t = 0.83$  s において、気液界面形状の乱れは一様流( $A = 0.0$ )、 $A = 0.8$ 、 $A = 1.2$  の順に大きい。このことが、これ以降のスロッシングの大きさに影響する。 $t = 1.50$  s 以降も、図 6.3-4 (a) 左図の  $t = 1.90$  s 付近や、図 6.3-4 (c) の左図  $t = 1.70$  s 付近及び右図  $t = 2.50$  s 付近を除くと、 $A = 1.2$  のスロッシングは、最も小さい。

以上より、充填能力 1.2 倍においても、流入速度分布を下に凸とすることで気泡の発生を抑制でき、充填終了以降のスロッシングを小さくすることが可能である。特に充填終了直後の気液界面形状の乱れが小さくなることは、搬送動作を与えた際のトップシール面への充填液の付着防止につながる。充填開始時の牛乳の跳ね上がりは、一様流( $A = 0.0$ )に比べると  $A = 1.2$  は多くなるが、その差はわずかである。流入速度分布を下に凸とすることによって、充填装置の高能力化が期待できることがわかった。

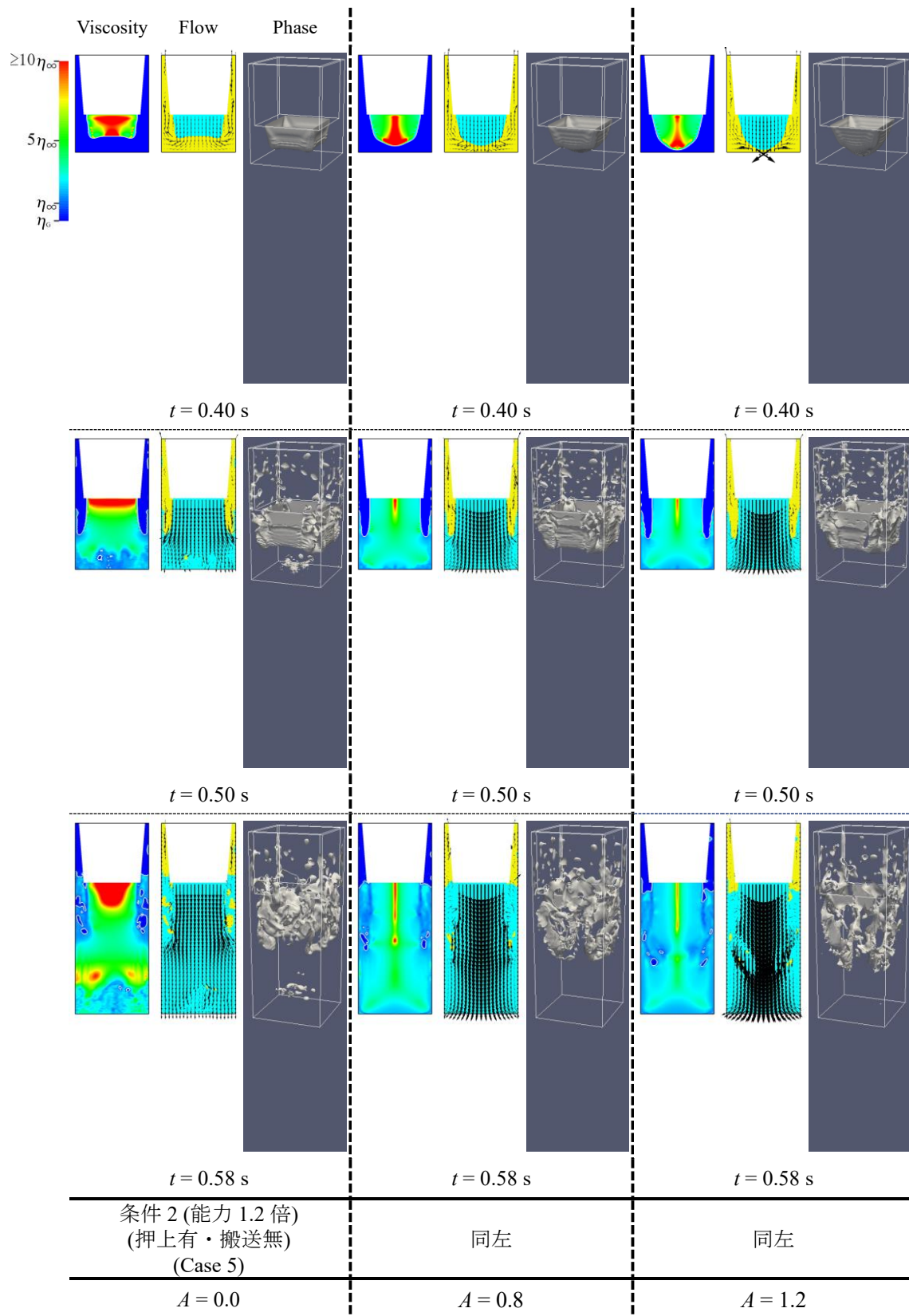


図 6.3-1 高能力化の解析結果

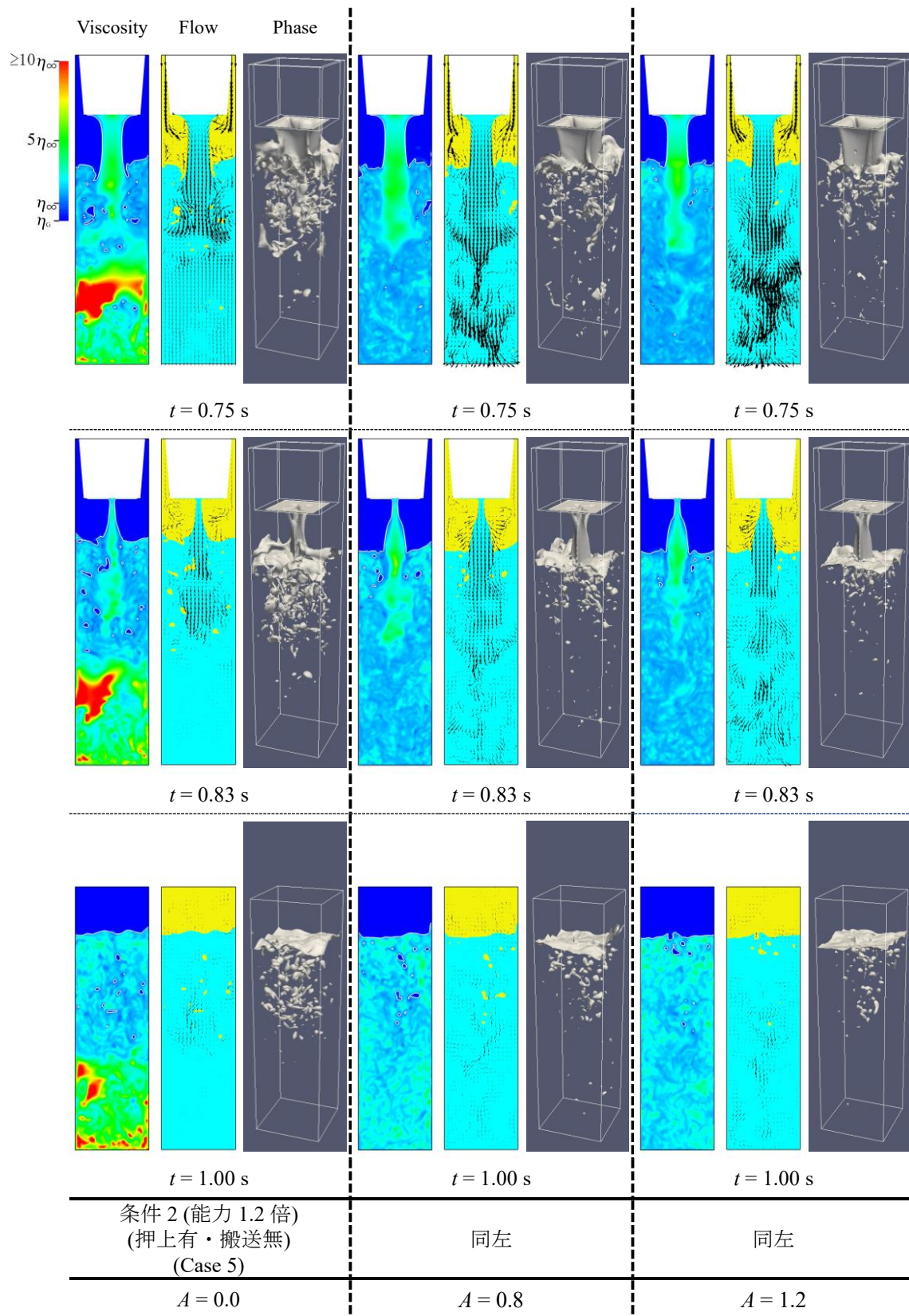


図 6.3-2 高能力化の解析結果



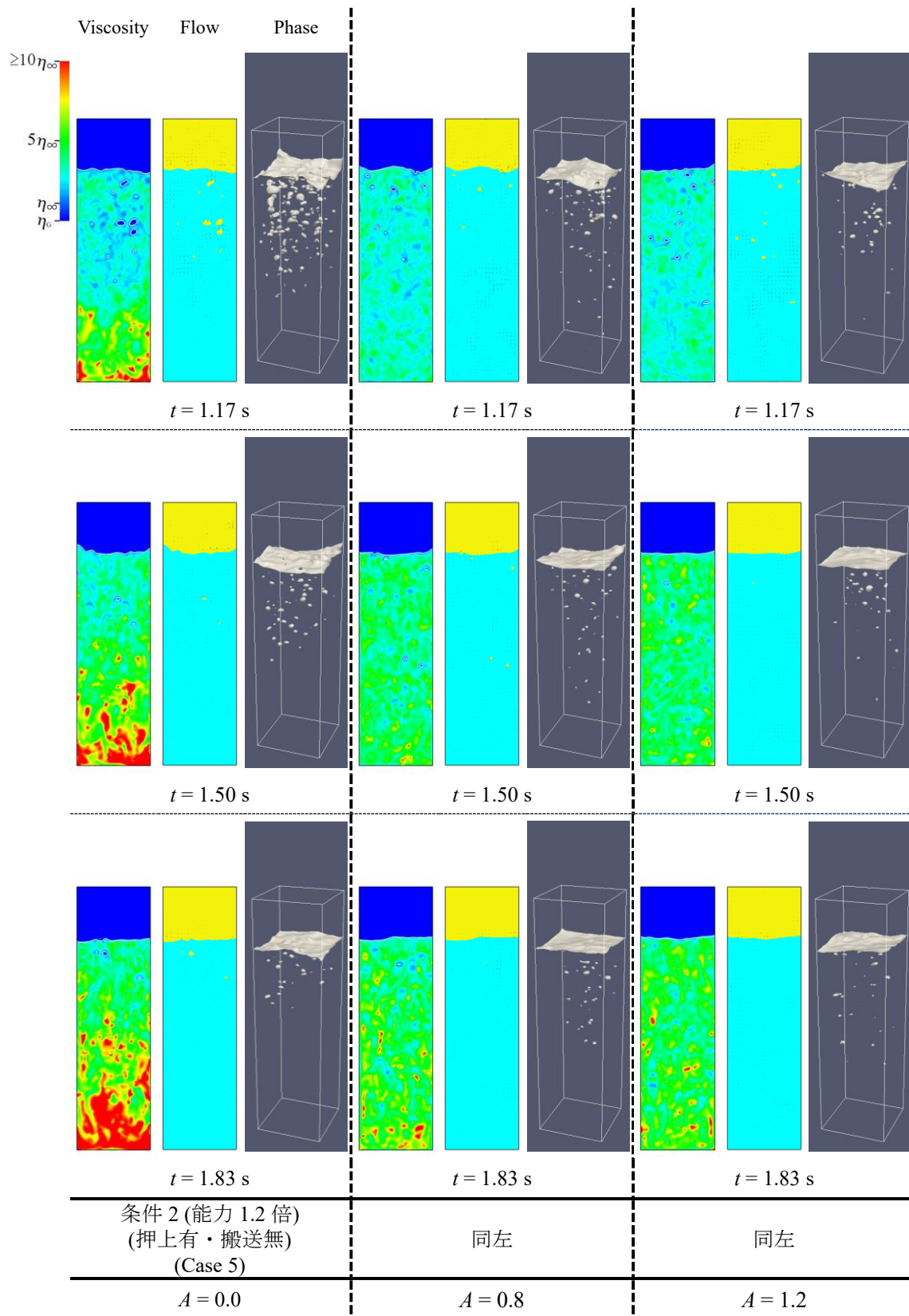
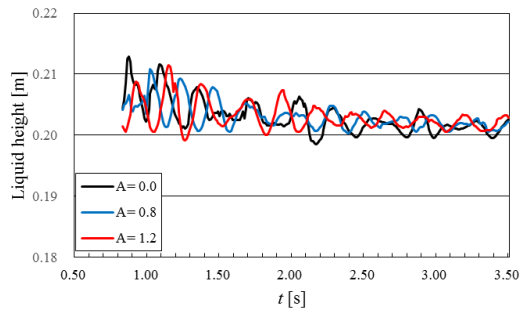
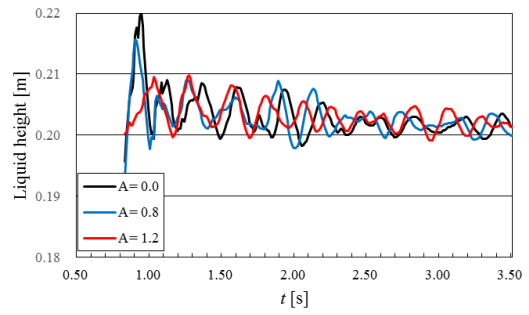


図 6.3-3 高能力化の解析結果

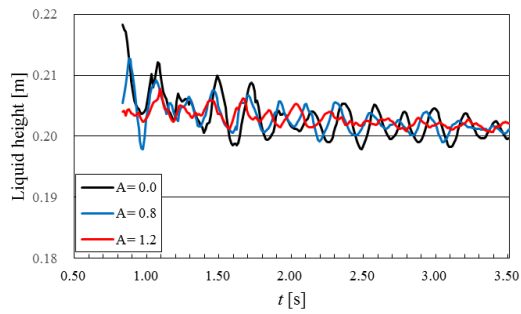


Left side

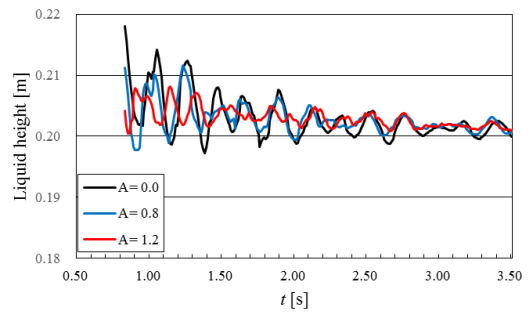


Right side

(a) 前面から 5 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

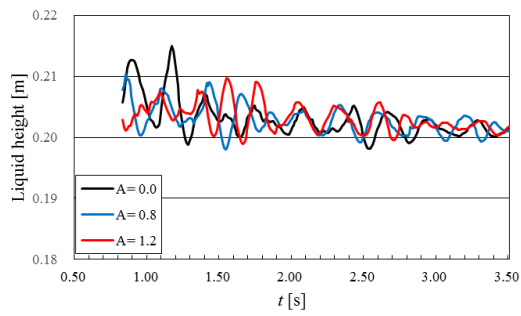


Left side

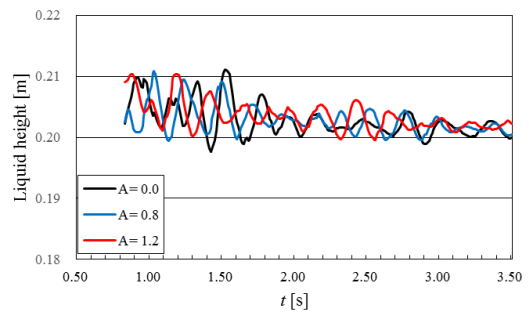


Right side

(b) 前面から 35 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ



Left side



Right side

(c) 前面から 65 mm, 左右壁面から 5 mm の位置での気液界面高さ

図 6.3-4 高能力化の気液界面高さの時間変化

#### 6.4 流入速度分布の影響のまとめ

第 6 章では、充填ノズルからの流入速度分布を変更することによる充填状態の変化について、3 次元数値解析により検討した。第 5 章までの 2 次元及び 3 次元数値解析では、充填ノズルからの流入速度の分布を、一様流として計算してきた。そこでまず、流入速度分布を下に凹と、下に凸とした場合を比較した。流入速度分布を下に凸とすることで、充填開始時の底面への衝突時に牛乳先端部の窪みをなくすことが可能となり、大きな気泡の発生を抑制できることがわかった。充填開始時の液の跳ね上がりは、一様流と同程度である。気泡量が少ないことにより充填中の気液界面位置は低く、充填終了後も気泡量が少ないために、気泡が気液界面を横切ることによる気液界面の変動が少ない。流入速度分布を下に凸とすると、充填状態や充填後のスロッシングが改善できることがわかった。

そこで、下に凸とする流入速度分布による充填装置の高能力化の検討を行った。充填能力を標準能力の 1.2 倍とした時に、流入速度分布が一様流となる場合と下に凸となる場合を比較した結果、充填後の気液界面形状の乱れにおいて、ここでも下に凸とする流入速度分布による充填状態の改善が見られた。充填終了直後の気液界面形状の乱れが小さくなることは、搬送動作を与えた際のトップシール面への充填液の付着防止につながる。流入速度分布を下に凸とすることで、充填装置の高能力化が期待できる。

## 第7章 結言

液体食品の充填製造過程での流動メカニズムを把握し、流動操作条件を最適化することを目的として、1,000 mL 屋根型紙容器へ牛乳を充填する過程において、牛乳のレオロジー特性や充填過程の操作条件を忠実に反映させた2次元及び3次元の流体数値解析を行った。さらに、充填ノズルからの流入速度分布を変化させた3次元数値解析を行い、以下の知見を得た。本研究では液体食品として牛乳を選んだが、液体食品の多くは非ニュートン性を持つことから、本研究の数値解析手法は牛乳以外の液体食品にも適用可能である。その場合には、液体食品のレオロジー特性を精密に測定し、数値解析に反映させる必要がある。

1. 牛乳の流体物性を実測し、牛乳の流動ダイナミクスを解明する上で重要な知見であるレオロジー特性について、牛乳は **Shear-thinning** 性を持つ純粘性非ニュートン流体であることを確認した。牛乳の粘度特性は **Carreau-Yasuda** モデルによりモデル化できる。
2. 2次元での牛乳充填過程の数値解析より、牛乳の有する **Shear-thinning** 性が流動ダイナミクスに大きく影響を及ぼすことが明らかになった。充填過程において牛乳の粘度は局所的に大きく変化し、低粘性領域から高粘性領域までが系内に混在した複雑な粘度分布が形成される。特に充填開始直後は、牛乳は紙容器底面と直接衝突し、粘度が大きく低下する。紙容器底面との衝突後、粘度低下した牛乳が紙容器左右壁面に沿って上昇し、これが充填開始時の液跳ねを起こす大きな要因になる。また、牛乳中には気相が巻き込まれて気泡が生成し、この気泡は牛乳の粘度を大きく低下させる役割を持つ。
3. 紙容器の押上げ動作が流動ダイナミクスへ及ぼす影響について、2次元及び3次元数値解析を行った。押上げ動作がない場合は紙容器底面に衝突した牛乳が大きく跳ね上がり、牛乳が紙容器から容器外部へ流出することがわかった。紙容器の押上げ動作は牛乳の跳ね上がりを抑制する効果があることを確認した。
4. 充填能力が流動ダイナミクスへ及ぼす影響について、2次元及び3次元数値解析を行った。充填能力を経験的に選定されてきた標準条件よりも高くした場合と低くした場合の解析より、充填開始時の液跳ねと充填終了時の気液界面の乱れはトレードオフの関係にあることがわかった。紙容器トップシール面への充填液の付着を防止する観点からすると、現在、使用されている充填・押上動作曲線に対しては、標準条件が適切な充填能力であることを確認した。さらに、液跳ねの詳細な発生位置や、紙容器内での気泡の分布の知見を得るには、3次元数値解析による評価が不可欠であることがわかった。
5. 牛乳の充填ノズルからの流入速度分布が、流動ダイナミクスへ及ぼす影響について、3次元数値解析を行った。流入速度分布を下に凸とすることで、充填開始時に牛乳が

紙容器底面へ衝突する時の、牛乳先端部の窪みをなくすことが可能となり、充填開始時の大きな気泡の発生を抑制できることがわかった。この下に凸とする流入速度分布による充填開始時の牛乳の跳ね上がりは、一様流と同程度である。気泡量が少ないことにより、充填中の気液界面位置は低く、充填終了後も気泡が気液界面を横切ることによる気液界面の変動が少ない。さらに、標準能力の1.2倍の充填能力において流入速度分布を下に凸とした解析でも同様の充填状態の改善が見られ、充填装置の高能力化が期待できることを確認した。

## 参考文献

### 第1章

- [1] 農林水産省 生産局畜産部牛乳乳製品課; “最近の牛乳乳製品をめぐる情勢について平成 28 年 8 月”, (<http://www.maff.go.jp/j/chikusan/gyunyu/lin/attach/pdf/index-1.pdf>), (2016.09.01 アクセス).
- [2] 全国牛乳容器環境協議会; “飲料用紙容器(紙パック) リサイクルの現状と動向に関する基本調査 2014 年度リサイクルの実態”, (<http://www.yokankyo.jp/img/cat02/2015.pdf>), (2016.08.10 アクセス).
- [3] Sun, D. W. (Ed.); “Computational fluid dynamics in food processing”, CRC press, (2007).
- [4] Anandharamakrishnan, C.; “Computational fluid dynamics applications in food processing”, Springer New York, (2013).
- [5] Norton, T., and Sun, D. W.; “Computational fluid dynamics (CFD)—an effective and efficient design and analysis tool for the food industry: a review”, *Trends in Food Science and Technology*, **17**(11), 600-620, (2006).
- [6] Kaushal, P., and Sharma, H. K.; “Concept of computational fluid dynamics (CFD) and its applications in food processing equipment design”, *Journal of Food Processing and Technology*, 2012, (2012).
- [7] Bottani, E., Rizzo, R., and Vignali, G.; “Simulation and analysis of fluid dynamic behaviour of foods during filling processes”, *Chemical Product and Process Modeling*, **2**(3), (2007).
- [8] Rahaman, M. F., Bari, S., and Veale, D.; “Flow investigation of the product fill valve of filling machine for packaging liquid products”, *Journal of food engineering*, **85**(2), 252-258, (2008).
- [9] Bari, S., and Veale, D.; “Improvement of BIB packaging product filling valve CIP performance and efficiency”, *Food and bioproducts processing*, **90**(4), 849-857, (2012).
- [10] Watson, E. J.; “The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane”, *Journal of Fluid Mechanics*, **20**(03), 481-499, (1964).
- [11] Liu, X., Gabour, L. A., and Lienhard, J. H.; “Stagnation-point heat transfer during impingement of laminar liquid jets: analysis including surface tension”, *Journal of heat transfer*, **115**(1), 99-105, (1993).
- [12] Hosain, M. L., Fdhila, R. B., and Daneryd, A.; “Heat transfer by liquid jets impinging on a hot flat surface”, *Applied Energy*, **164**, 934-943, (2016).
- [13] Kendil, F. Z., Salah, A. B., and Mataoui, A.; “Assessment of three turbulence model performances in predicting water jet flow plunging into a liquid pool”, *Nuclear Technology and Radiation Protection*, **25**, 13-22, (2010).
- [14] Galimov, A. Y., Sahni, O., Lahey, R. T., Shephard, M. S., Drew, D. A., and Jansen, K. E.; “Parallel adaptive simulation of a plunging liquid jet”, *Acta Mathematica Scientia*, **30**(2), 522-538, (2010).

- [15] Sene, K. J.; “Air entrainment by plunging jets”, *Chemical Engineering Science*, **43**(10), 2615-2623, (1988).
- [16] Ma, J., Oberai, A. A., Drew, D. A., Lahey, R. T., and Moraga, F. J.; “A quantitative sub-grid air entrainment model for bubbly flows—plunging jets”, *Computers and Fluids*, **39**(1), 77-86, (2010).
- [17] Deshpande, S. S., Trujillo, M. F., Wu, X., and Chahine, G.; “Computational and experimental characterization of a liquid jet plunging into a quiescent pool at shallow inclination”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **34**, 1-14, (2012).
- [18] Rieber, M., and Frohn, A.; “A numerical study on the mechanism of splashing”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **20**(5), 455-461, (1999).
- [19] Roisman, I. V., Horvat, K., and Tropea, C.; “Spray impact: rim transverse instability initiating fingering and splash, and description of a secondary spray”, *Physics of Fluids*, **18**(10), 102104, (2006).
- [20] Fuster, D., Agbaglah, G., Josserand, C., Popinet, S., and Zaleski, S.; “Numerical simulation of droplets, bubbles and waves: state of the art”, *Fluid dynamics research*, **41**(6), 065001, (2009).
- [21] Unverdi, S. O., and Tryggvason, G.; “A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows”, *Journal of computational physics*, **100**(1), 25-37, (1992).
- [22] van Sint Annaland, M., Deen, N. G., and Kuipers, J. A. M.; “Numerical simulation of gas bubbles behaviour using a three-dimensional volume of fluid method”, *Chemical Engineering Science*, **60**(11), 2999-3011, (2005).
- [23] Sussman, M., and Puckett, E. G.; “A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3D and axisymmetric incompressible two-phase flows”, *Journal of Computational Physics*, **162**(2), 301-337, (2000).
- [24] Kawamura, T., and Kodama, Y.; “Numerical simulation method to resolve interactions between bubbles and turbulence”, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **23**(5), 627-638, (2002).
- [25] Lu, J., and Tryggvason, G.; “Effect of bubble deformability in turbulent bubbly upflow in a vertical channel”, *Physics of Fluids*, **20**(4), 040701, (2008).
- [26] Ibrahim, R. A.; “Liquid sloshing dynamics: theory and applications”, Cambridge University Press, (2005).
- [27] Faltinsen, O. M., and Timokha, A. N.; “Sloshing”, Cambridge University Press, (2009).

## 第 2 章

- [28] Yanes, M., Durán, L., and Costell, E.; “Rheological and optical properties of commercial chocolate milk beverages”, *Journal of Food Engineering*, **51**(3), 229-234, (2002).
- [29] Fernandez-Martin, F.; “Influence of temperature and composition on some physical properties of milk and milk concentrates. II. Viscosity”, *Journal of Dairy Research*, **39**(01), 75-82, (1972).

- [30] Wayne, J. E. B., and Shoemaker, C. F.; “Rheological characterization of commercially processed fluid milks”, *Journal of texture studies*, **19**(2), 143-152, (1988).
- [31] Rohm, H., Muller, A., and Hend-Milnera, I.; “Effects of composition on raw milk viscosity”, *Milchwissenschaft*, **51**(5), 259-261, (1996).
- [32] Shin, S., and Keum, D. Y.; “Viscosity measurement of non-Newtonian fluid foods with a mass-detecting capillary viscometer”, *Journal of food engineering*, **58**(1), 5-10, (2003).
- [33] Yasuda, K. Y., Armstrong, R. C., and Cohen, R. E.; “Shear flow properties of concentrated solutions of linear and star branched polystyrenes”, *Rheologica Acta*, **20**(2), 163-178, (1981).
- [34] Lee, B. B., Ravindra, P., and Chan, E. S.; “A critical review: surface and interfacial tension measurement by the drop weight method”, *Chemical Engineering Communications*, **195**(8), 889-924, (2008).

### 第 3 章

- [35] Hirt, C. W., and Nichols, B. D.; “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries”, *Journal of computational physics*, **39**(1), 201-225, (1981).
- [36] Sussman, M., Smereka, P., and Osher, S.; “A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow”, *Journal of Computational physics*, **114**(1), 146-159, (1994).
- [37] Hirt, C. W., Cook, J. L., and Butler, T. D.; “A Lagrangian method for calculating the dynamics of an incompressible fluid with free surface”, *Journal of Computational Physics*, **5**(1), 103-124, (1970).
- [38] Hirt, C. W., Amsden, A. A., and Cook, J. L.; “An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds”, *Journal of Computational Physics*, **14**(3), 227-253, (1974).
- [39] Lucy, L. B.; “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis”, *The astronomical journal*, **82**, 1013-1024, (1977).
- [40] Koshizuka, S., and Oka, Y.; “Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid”, *Nuclear science and engineering*, **123**(3), 421-434, (1996).
- [41] Noh, W. F., and Woodward, P.; “SLIC (simple line interface calculation)”, In Proceedings of the Fifth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics June 28–July 2, 1976 Twente University, Enschede (pp. 330-340). Springer Berlin Heidelberg, (1976).
- [42] Yeung, R. W.; “Numerical methods in free-surface flows”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, **14**(1), 395-442, (1982).
- [43] Scardovelli, R., and Zaleski, S.; “Analytical relations connecting linear interfaces and volume fractions in rectangular grids”, *Journal of Computational Physics*, **164**(1), 228-237, (2000).
- [44] Muzaferija, S., Peric, M., Sames, P., and Schellin, T.; “A two-fluid Navier-Stokes solver to simulate water entry”, In Proceedings of the 22nd symposium on naval hydrodynamics, Washington, DC (pp. 277-289), (1998).



- [45] Ubbink, O., and Issa, R. I.; “A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes”, *Journal of Computational Physics*, **153**(1), 26-50, (1999).
- [46] The OpenFOAM Foundation; (<http://openfoam.org>), (2016.09.01 アクセス).  
 The OpenFOAM Foundation; “OpenFOAM User Guide”, (<http://cfd.direct/openfoam/user-guide/>), (2016.09.01 アクセス).  
 OpenCFD Ltd.; (<http://openfoam.com>), (2016.09.01 アクセス).  
 The OpenFOAM Extend Project; (<http://www.extend-project.de/>), (2016.09.01 アクセス).
- [47] DEXCS; (<http://dexcs.gifu-nct.ac.jp/>), (2016.10.01 アクセス).
- [48] Gopala, V. R., and van Wachem, B. G.; “Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows”, *Chemical Engineering Journal*, **141**(1), 204-221, (2008).
- [49] Deshpande, S. S., Anumolu, L., and Trujillo, M. F.; “Evaluating the performance of the two-phase flow solver interFoam”, *Computational science and discovery*, **5**(1), 014016, (2012).
- [50] Costa, A. B., and Cooks, R. G.; “Simulated splashes: Elucidating the mechanism of desorption electrospray ionization mass spectrometry”, *Chemical Physics Letters*, **464**(1), 1-8, (2008).
- [51] Berberović, E., van Hinsberg, N. P., Jakirlić, S., Roisman, I. V., and Tropea, C.; “Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution”, *Physical Review E*, **79**(3), 036306, (2009).
- [52] Saha, A. A., and Mitra, S. K.; “Effect of dynamic contact angle in a volume of fluid (VOF) model for a microfluidic capillary flow”, *Journal of colloid and interface science*, **339**(2), 461-480, (2009).
- [53] Saha, A. A., Mitra, S. K., Tweedie, M., Roy, S., and McLaughlin, J.; “Experimental and numerical investigation of capillary flow in SU8 and PDMS microchannels with integrated pillars”, *Microfluidics and nanofluidics*, **7**(4), 451-465, (2009).
- [54] Ishimoto, J., Sato, F., and Sato, G.; “Computational prediction of the effect of microcavitation on an atomization mechanism in a gasoline injector nozzle”, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, **132**(8), 082801, (2010).
- [55] Marschall, H., Mornhinweg, R., Kossmann, A., Oberhauser, S., Langbein, K., and Hinrichsen, O.; “Numerical simulation of dispersed gas/liquid flows in bubble columns at high phase fractions using OpenFOAM®. Part II–Numerical simulations and results”, *Chemical Engineering and Technology*, **34**(8), 1321-1327, (2011).
- [56] Srinivasan, V., Salazar, A. J., and Saito, K.; “Modeling the disintegration of modulated liquid jets using volume-of-fluid (VOF) methodology”, *Applied Mathematical Modelling*, **35**(8), 3710-3730, (2011).
- [57] Trujillo, M. F., Alvarado, J., Gehring, E., and Soriano, G. S.; “Numerical simulations and experimental characterization of heat transfer from a periodic impingement of droplets”, *Journal of Heat Transfer*, **133**(12), 122201, (2011).

- [58] Yang, Chi., Huang, F., Lijue, Wang., and Wan, D. C.; “Numerical simulations of highly nonlinear steady and unsteady free surface flows”, *Journal of Hydrodynamics*, Ser. B, **23**(6), 683-696, (2011).
- [59] Jacobsen, N. G., Fuhrman, D. R., and Fredsøe, J.; “A wave generation toolbox for the open - source CFD library: OpenFoam®”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **70**(9), 1073-1088, (2012).
- [60] Wardle, K. E., and Weller, H. G.; “Hybrid multiphase CFD solver for coupled dispersed/segregated flows in liquid-liquid extraction”, *International Journal of Chemical Engineering*, **2013**, (2013).
- [61] Meister, C., Velten, K., and Methner, F. J.; “Modelling and simulation of bottle rinsing”, *International Journal of Food Science and Technology*, **47**(7), 1468-1478, (2012).
- [62] Gopala, V. R., à Nijeholt, J. A. L., Bakker, P., and Haverkate, B.; “Development and validation of a CFD model predicting the backfill process of a nuclear waste gallery”, *Nuclear Engineering and Design*, **241**(7), 2508-2518, (2011).
- [63] Habla, F., Marschall, H., Hinrichsen, O., Dietsche, L., Jasak, H., and Favero, J. L.; “Numerical simulation of viscoelastic two-phase flows using openFOAM®”, *Chemical engineering science*, **66**(22), 5487-5496, (2011).
- [64] Sharifi, A., and Niazmand, H.; “Analysis of flow and LDL concentration polarization in siphon of internal carotid artery: Non-Newtonian effects”, *Computers in biology and medicine*, **65**, 93-102, (2015).
- [65] Brackbill, J. U., Kothe, D. B., and Zemach, C.; “A continuum method for modeling surface tension”, *Journal of computational physics*, **100**(2), 335-354, (1992).
- [66] Rusche, H.; “Computational fluid dynamics of dispersed two-phase flows at high phase fractions”, Doctoral dissertation, Imperial College London (University of London), (2003).
- [67] Caretto, L. S., Gosman, A. D., Patankar, S. V., and Spalding, D. B.; “Two calculation procedures for steady, three-dimensional flows with recirculation”, In Proceedings of the third international conference on numerical methods in fluid mechanics (pp. 60-68), Springer Berlin Heidelberg, (1973).
- [68] Issa, R. I.; “Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting”, *Journal of computational physics*, **62**(1), 40-65, (1986).
- [69] Harten, A.; “High resolution schemes for hyperbolic conservation laws”, *Journal of computational physics*, **49**(3), 357-393, (1983).
- [70] Sweby, P. K.; “High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws”, *SIAM journal on numerical analysis*, **21**(5), 995-1011, (1984).
- [71] Leonard, B. P.; “Simple high - accuracy resolution program for convective modelling of discontinuities”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **8**(10), 1291-1318,

- (1988).
- [72] Rhie, C. M., and Chow, W. L.; “Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation”. *AIAA journal*, **21**(11), 1525-1532, (1983).
- [73] Damián, S. M.; “An extended mixture model for the simultaneous treatment of short and long scale interfaces”, Dissertationsschrift, Universidad Nacional del Litoral, Argentinien, (2013).
- [74] Zalesak, S. T.; “Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids”, *Journal of computational physics*, **31**(3), 335-362, (1979).
- [75] Van Leer, B.; “Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second-order scheme”, *Journal of computational physics*, **14**(4), 361-370, (1974).
- [76] Weller, H. G.; “A new approach to VOF-based interface capturing methods for incompressible and compressible flow”, OpenCFD Ltd., Report TR/HGW/04, (2008).
- [77] Kissling, K., Schütz, S., and Piesche, M.; “Numerical investigation of the deformation and break-up mechanisms of droplets in high-pressure emulsification orifices with a Coupled Volume-of-Fluid/Level-Set Method”, 5th. OpenFOAM Workshop Chalmers, Gothenburg, Sweden, June 21-24, (2010).
- [78] Albadawi, A., Donoghue, D. B., Robinson, A. J., Murray, D. B., and Delauré, Y. M. C.; “Influence of surface tension implementation in volume of fluid and coupled volume of fluid with level set methods for bubble growth and detachment”, *International Journal of Multiphase Flow*, **53**, 11-28, (2013).
- [79] Yamamoto, T., Okano, Y., and Dost, S.; “Validation of the S - CLSVOF method with the Density - Scaled Balanced Continuum Surface Force Model in Multiphase Systems Coupled with Thermocapillary Flows”, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **83**, 223-244, (2017).
- [80] Sun, D. L., and Tao, W. Q.; “A coupled volume-of-fluid and level set (VOSET) method for computing incompressible two-phase flows”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **53**(4), 645-655, (2010).
- [81] Hoang, D. A., van Steijn, V., Portela, L. M., Kreutzer, M. T., and Kleijn, C. R.; “Benchmark numerical simulations of segmented two-phase flows in microchannels using the Volume of Fluid method”, *Computers and Fluids*, **86**, 28-36, (2013).
- [82] Raeini, A. Q., Blunt, M. J., and Bijeljic, B.; “Modelling two-phase flow in porous media at the pore scale using the volume-of-fluid method”, *Journal of Computational Physics*, **231**(17), 5653-5668, (2012).
- [83] 川崎浩司, 松浦翔, and 坂谷太基; “3次元数値流体力学ツール OpenFOAM における自由表面解析手法の妥当性に関する検討”, 土木学会論文集 B3 (海洋開発), **69**(2), I\_748-I\_753, (2013).

- [84] Shonibare, Olabanji Y., and Kent E. Wardle.; “Numerical Investigation of Vertical Plunging Jet Using a Hybrid Multifluid-VOF Multiphase CFD Solver”, *International Journal of Chemical Engineering*, **2015**, (2015).
- [85] Piro, D. J., and Maki, K. J.; “An adaptive interface compression method for water entry and exit”, Technical Report, No. 2013-350, Department of Naval Architecture and Marine Engineering, University of Michigan, (2013).
- [86] Lee, H., and Rhee, S. H.; “A dynamic interface compression method for VOF simulations of high-speed planing watercraft”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **29**(5), 1849-1857, (2015).

#### 第4章

- [87] 富原大介, and 高木洋平; “オープンソース CFD コード OpenFOAM によるアダプティブメッシュ法を用いたミルククラウンの解析 (<特集> 注目研究 in CFD25, <特集> 第25回数値流体力学シンポジウム)”, *ながれ: 日本流体力学会誌*, **31**(2), 175-179, (2012).
- [88] 宮本哲夫, 稲垣孝二, 仁志和彦, 三角隆太, and 上ノ山周; “特殊アンカー翼を用いたクリーム冷却保持槽における翼形状と回転方向が冷却速度におよぼす影響の CFD 解析” *化学工学論文集*, **39**(5), 413-419, (2013).
- [89] Sun, K. H., Pyle, D. L., Fitt, A. D., Please, C. P., Baines, M. J., and Hall-Taylor, N.; “Numerical study of 2D heat transfer in a scraped surface heat exchanger”, *Computers and fluids*, **33**(5), 869-880, (2004).
- [90] Fernandes, C. S., Dias, R. P., Nóbrega, J. M., Afonso, I. M., Melo, L. F., and Maia, J. M.; “Thermal behaviour of stirred yoghurt during cooling in plate heat exchangers”, *Journal of food Engineering*, **76**(3), 433-439, (2006).

## 謝辞

本研究の指導を快く引受けて頂き、幅広い視野のもとに終始変わらぬご指導・ご鞭撻を賜りました徳島大学大学院 理工学研究部 機械科学系の太田光浩教授に深く感謝の意を表します。

また、牛乳のレオロジー測定や論文執筆、研究発表で貴重なご意見を頂きました名古屋工業大学大学院 工学研究科 物質工学専攻の岩田修一准教授に厚くお礼を申し上げます。

本論文の数値解析に用いた計算機の運用を補助して頂きました徳島大学工学部 機械工学科 流体工学研究室の院生・学部生並びに卒業生の皆様に、心より感謝しております。

本研究の一部は、公益財団法人 阿波銀行学術・文化振興財団からの地域共同研究助成の支援を受けて実施しました。

最後になりますが、本研究を始めるきっかけを与えて頂きました四国化工機(株)各位に感謝の意を表します。

## 付録 ソースコードの変更

本研究では、OpenFOAM (Ver.2.1.x)の粘度モデルライブラリ `viscosityModels` 及び2相流ソルバー `interDyMFoam` に対して、ソースコードの変更を行った。`viscosityModels` には、粘度モデル `CarreauYasuda` を追加した。また、`interDyMFoam` ソルバーをもとに、Navier-Stokes 式の外力項へ時間変化する任意の加速度を与えることが可能である `interDyMSloshFoam` ソルバーを作成した。その詳細をまとめる。

### 付録 1 Carreau-Yasuda モデルの追加

`viscosityModels` に、式(2-1)の Carreau-Yasuda モデルを追加した。Carreau-Yasuda モデルは、標準の Carreau モデル(OpenFOAM では `BirdCarreau` と呼ぶ)にパラメータを1個追加すればよい。具体的には、`BirdCarreau` ディレクトリを `CarreauYasuda` としてコピーし、ファイル名と内容を変更し、`libincompressibleTransportModels` ライブラリを再コンパイルする。この手順は以下のとおりとなる。

まず作業ディレクトリを作成し、そこへ移動する。

ディレクトリをコピーし、ファイル名を変更する。

```
cp -R ~/OpenFOAM/OpenFOAM-2.1.x/src/transportModels/ .  
  
cd transportModels/incompressible/viscosityModels/  
cp -R BirdCarreau/ CarreauYasuda  
  
cd CarreauYasuda  
mv BirdCarreau.H CarreauYasuda.H  
mv BirdCarreau.C CarreauYasuda.C
```

ファイル内容を変更する。

```
CarreauYasuda.H を変更(変更箇所のみ赤字)  
  
#ifndef CarreauYasuda_H  
#define CarreauYasuda_H  
  
class CarreauYasuda  
{  
public viscosityModel  
{  
    // Private data  
    dictionary CarreauYasudaCoeffs_;  
    dimensionedScalar nu0_;  
    dimensionedScalar nuInf_;  
    dimensionedScalar a_;  
    dimensionedScalar b_;  
    dimensionedScalar n_;  
    volScalarField nu_;  
    // Private Member Functions  
    //- Calculate and return the laminar viscosity  
    tmp<volScalarField> calcNu() const;  
public:  
    //- Runtime type information  
    TypeName("CarreauYasuda");
```

```

// Constructors
//- construct from components
CarreauYasuda
(
    const word& name,
    const dictionary& viscosityProperties,
    const volVectorField& U,
    const surfaceScalarField& phi
);
//- Destructor
~CarreauYasuda()
{}

```

CarreauYasuda.C を変更 (変更箇所のみ赤字)

```

#include "CarreauYasuda.H"

namespace viscosityModels
{
    defineTypeNameAndDebug(CarreauYasuda, 0);
    addToRunTimeSelectionTable
    (
        viscosityModel,
        CarreauYasuda,
        dictionary
    );
}

Foam::viscosityModels::CarreauYasuda::calcNu() const
{
    return
        nuInf_
        + (nu0_ - nuInf_)
        *pow(scalar(1) + pow(b_*strainRate(), a_), (n_ - 1.0)/a_);
}

Foam::viscosityModels::CarreauYasuda::CarreauYasuda

    viscosityModel(name, viscosityProperties, U, phi),
    CarreauYasudaCoeffs_(viscosityProperties.subDict(typeName + "Coeffs")),
    nu0_(CarreauYasudaCoeffs_.lookup("nu0")),
    nuInf_(CarreauYasudaCoeffs_.lookup("nuInf")),
    a_(CarreauYasudaCoeffs_.lookup("a")),
    b_(CarreauYasudaCoeffs_.lookup("b")),
    n_(CarreauYasudaCoeffs_.lookup("n")),
    nu_

bool Foam::viscosityModels::CarreauYasuda::read

    CarreauYasudaCoeffs_ = viscosityProperties.subDict(typeName + "Coeffs");

    CarreauYasudaCoeffs_.lookup("nu0") >> nu0_;
    CarreauYasudaCoeffs_.lookup("nuInf") >> nuInf_;
    CarreauYasudaCoeffs_.lookup("a") >> a_;
    CarreauYasudaCoeffs_.lookup("b") >> b_;
    CarreauYasudaCoeffs_.lookup("n") >> n_;

```

コンパイルの準備を行う。

```

transportModels/incompressible/Make/files に追加と変更 (変更箇所のみ赤字)
viscosityModels/CarreauYasuda/CarreauYasuda.C
LIB = $(FOAM_USER_LIBBIN)/libincompressibleTransportModels

```

```
transportModels/interfaceProperties/Make/files を変更(変更箇所のみ赤字)  
LIB = $(FOAM_USER_LIBBIN)/libinterfaceProperties
```

```
twoPhaseInterfaceProperties/Make/files を変更(変更箇所のみ赤字)  
LIB = $(FOAM_USER_LIBBIN)/libtwoPhaseInterfaceProperties
```

コンパイルを実行する.

```
transportModels に移動し、  
./Allwmake
```

ユーザー用のライブラリが作成され、こちらが優先的に使われる.

作成されたライブラリを確認する.

```
ユーザー名-2.1.x/platforms/linux64GccDP0pt/lib $ ls  
libincompressibleTransportModels.so  
libinterfaceProperties.so  
libtwoPhaseInterfaceProperties.so
```

以上により、解析ケースの constant/transportProperties ファイルに phase1(液相)として以下を記述することで、Carreau-Yasuda モデルによる牛乳の粘度を表すことが可能となる.

```
phase1  
{  
  transportModel CarreauYasuda;  
  nu [ 0 2 -1 0 0 0 0 ] 7.241e-04; // 0.75/1035.8  
  rho [ 1 -3 0 0 0 0 0 ] 1035.8;  
  
  CarreauYasudaCoeffs  
  {  
    nu0 [ 0 2 -1 0 0 0 0 ] 7.241e-04; // 0.75/1035.8  
    nuInf [ 0 2 -1 0 0 0 0 ] 2.800e-06; // 0.0029/1035.8  
    a [ 0 0 0 0 0 0 0 ] 1.8;  
    b [ 0 0 1 0 0 0 0 ] 55.5556;  
    n [ 0 0 0 0 0 0 0 ] 0.38;  
  }  
}
```

## 付録 2 interDyMSloshFoam ソルバーの作成

紙容器の搬送動作によるスロッシングを再現するため、interDyMSloshFoam ソルバーを作成し、Navier-Stokes 式の外力項へ時間変化する任意の加速度を与えることを可能とした.

interDyMFoam は、不混和流体の非圧縮・等温 2 相流ソルバーである interFoam に、Dynamic Mesh(DyM)機能を追加したものである. Dynamic Mesh 機能として、メッシュ(計算格子)の変形や移動、回転などを解析ケースの constant/dynamicMeshDict ファイルに記述することで設定できるが、2 つ以上の動作を同時に設定することは不可能である. 紙容器の押上げ・押下げ動作だけならメッシュの変形で、搬送動作だけならメッシュの移動で再現できるが、操作条件では紙容器の押下動作が完了する前に搬送動作が始まることから、押下動作と搬送動作が同時に起こる時間帯(図 3.1-1 の Standard condition で  $t = 1.00$  s 付近)が存在するため、Dynamic Mesh 機能を切り替える方法では紙容器の動作を忠実に再現することはできない. そこで、紙容器の押上げ・押下げ動作には Dynamic Mesh 機能のメッシュの変形を設定する



こととし、搬送動作のために interDyMFoam に任意の加速度を追加できるようにソースコードを変更した。このソルバーを、スロッシングを追加することから interDyMSloshFoam ソルバーとした。具体的には、interDyMFoam ディレクトリを interDyMSloshFoam としてコピーし、ファイル名と内容を変更してコンパイルすることで、interDyMSloshFoam ソルバーを作成する。この手順は以下のとおりとなる。

作業ディレクトリへ移動する。

ディレクトリをコピーし、ファイル名を変更する。

```
cp -R ~/OpenFOAM/OpenFOAM-2.1.x/applications/solvers/multiphase/interFoam/ .
cd interFoam/
cp -R interDyMFoam/ interDyMSloshFoam
cd interDyMSloshFoam/
mv interDyMFoam.C interDyMSloshFoam.C
```

ファイル内容を変更する。

```
interDyMSloshFoam.C を変更 (変更箇所のみ赤字)
#include "IFstream.H"
#include "Tuple2.H"

// ****
int main(int argc, char *argv[])
{
    // ****
    Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;
    // 変更開始
    // xyz 方向の加速度
    Foam::vector g_x(1.0, 0.0, 0.0);
    Foam::vector g_y(0.0, 1.0, 0.0);
    Foam::vector g_z(0.0, 0.0, 1.0);
    // 加速度の読み込み
    fileName conveyFile("$FOAM_CASE/0/conveyAcc.dat");
    IFstream dataStream(conveyFile.expand());
    List<Tuple2<scalar, vector>> ConveyAcc(dataStream);
    // 配列の動的確保
    double *conveyAccX;
    double *conveyAccY;
    double *conveyAccZ;
    conveyAccX = new double[ConveyAcc.size()];
    conveyAccY = new double[ConveyAcc.size()];
    conveyAccZ = new double[ConveyAcc.size()];
    Info<< "ConveyAcc" << endl;
    forAll(ConveyAcc, i)
    {
        conveyAccX[i] = ConveyAcc[i].second().x();
        conveyAccY[i] = ConveyAcc[i].second().y();
        conveyAccZ[i] = ConveyAcc[i].second().z();
        Info << i << "ms ( " << conveyAccX[i] << ", " << conveyAccY[i] << ",
            " << conveyAccZ[i] << " )" << endl;
    }
    // 変更ここまで
    while (runTime.run())
    {
        #include "readControls.H"
        #include "alphaCourantNo.H"
```

```

#include "CourantNo.H"
// Make the fluxes absolute
fvc::makeAbsolute(phi, U);
#include "setDeltaT.H"
runTime++;
Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;
// 変更開始
// 加速度
int realTime = runTime.value() * 1000; // カムデータは1ms ごと
Info<< "Time * 1000 = " << realTime << endl;
g.value() += conveyAccX[realTime] * g_x + conveyAccY[realTime] * g_y +
conveyAccZ[realTime] * g_z;
Info<< "g.value() = " << g.value() << endl;
gh = g & mesh.C();
ghf = g & mesh.Cf();
//変更ここまで
.
.
}

// 追加開始
// 配列の開放
delete [] conveyAccX;
delete [] conveyAccY;
delete [] conveyAccZ;
// 追加ここまで

Info<< "End\n" << endl;
return 0;
}

```

コンパイルの準備を行う。

```

interDyMSloshFoam/Make/files を変更 (変更箇所のみ赤字)
interDyMSloshFoam.C

EXE = $(FOAM_USER_APPBIN)/interDyMSloshFoam

```

コンパイルを実行する。

```

interFoam/interDyMSloshFoam に移動し、
wclean
wmake

```

新たに interDyMSloshFoam ソルバーが作成される。

ソルバーを確認する。

```

ユーザー名/platforms/linux64GccDP0pt/bin $ ls
bcFilesConverter.py
interDyMSloshFoam
snappyDictExporter.py

```

以上により、interDyMFoam の代わりに interDyMSloshFoam を用いることで、紙容器の押上げ・押下げ動作と搬送動作とを同時に行うことが可能となる。搬送動作は、解析ケースの 0/conveyAcc.dat に任意の加速度を設定することで、Navier-Stokes 式の外力項へ加えることができる。conveyAcc.dat ファイルのフォーマットは以下のように、1ms ごとの時間(s), x 方向加速度(m/s<sup>2</sup>), y 方向加速度(m/s<sup>2</sup>), z 方向加速度(m/s<sup>2</sup>)を、必要な時間分並べればよい。

(				
(0.0000	(0.000000	0.000000	0.000000)	)
(0.0010	(0.000000	0.000000	0.000000)	)
(0.0020	(0.000000	0.000000	0.000000)	)
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
(1.0000	(0.000000	0.000000	0.000000)	)