

ディラック方程式入門

量子論と相対論を結びつける

日 置 善 郎

1. はじめに

大学の理系学部に進学した学生諸君，その多くが最初に学ぶ微視的世界の重要な物理体系は，量子力学だろう。それは，力学や電磁気学と同様に幾つかの基本法則から成り，その中心となるシュレディンガー方程式は，マイクロ粒子を記述する波動関数の時間1階微分と空間2階微分を結ぶ微分方程式である。一方，同じ頃に学ぶであろう特殊相対論は，光速に近い速さの物体を記述するには不可欠となる理論であり，そこにおいては，ローレンツ変換を通じて時間座標と空間座標が同等な役割を果たす。ということは，シュレディンガー方程式は特殊相対論の要請を満たしていない，つまりは，その上に展開される量子力学は非相対論的な体系ということである。

表題のディラック方程式は，その名が示す通りディラック (P.A.M.Dirac) が発見した方程式である。彼は，上述のように非相対論的な量子力学を相対論と融合させるという試みの中でこの方程式に到達した。マイクロ世界では，少なからぬ反応に様々な高エネルギー粒子が関与する。そして，そのような現象の解析にシュレディンガー方程式を用いるのは適切ではない。従って，この分野に興味を持つ諸君にとっては，この新しい方程式を理解することが次の重要なステップとなる。

このディラック方程式を標準的なコースに従って学習する場合，そこで必要となる数学自体は（他

の物理系科目と比べても）格段に難しい訳ではない。ただ，多くの初学者は「何故こんな計算が必要なの？」といった心理的障壁には苦しめられるだろう。本稿は，このような考察に基づく入門的解説であり，初心者が納得して教科書・参考書^{1,2)}に取り組めるための手助けとなることを目指している。但し，紙数の制約上，読者が量子力学の基本知識を持っていることは前提とせざるを得ない。この点ご了承願いたい。また，説明に具体性を持たせるために所々で「電子」という言葉を用いるが，実際には，以下の話は大きさが $\hbar/2$ のスピンを持つ他の粒子にも適用できるものである。

なお，「相対論」と言えば，特殊相対論だけではなく一般相対論も忘れてはならない。事実，重力も量子力学的に扱おうとすれば，この一般相対論と取り組む必要が出てくる。しかしながら，これまでのところ，誰もが満足する形での「量子力学と一般相対論の融合」は達成されていない。従って，この稿が対象とする相対論は特殊相対論のみである。若くて柔軟な頭脳を持つ読者諸君の中から「一般相対論的量子力学」構築の試みに挑戦し成功する人が現れたら，その人は間違いなくノーベル物理学賞の有力候補になるだろう。

2. 量子力学における確率保存

まずは，多くの読者諸君が慣れ親しんでいるはずの量子力学の復習から始めよう。力を受けてい

ない質量 m の粒子を記述する波動関数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ が従うシュレディンガー方程式は

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{r}, t) \quad (1)$$

である。この方程式は、古典力学のエネルギー・運動量の関係 $E = \mathbf{p}^2/(2m)$ を量子化の規則

$$E \rightarrow i\hbar \partial/\partial t, \quad \mathbf{p} \rightarrow -i\hbar \nabla \quad (2)$$

に従い微分演算子で書き直した上で、それを波動関数に作用させるという手続きにより得られる。そして、その解 $\psi(\mathbf{r}, t)$ が求められたら、この粒子を点 \mathbf{r} の近傍で時刻 t に発見する確率密度 $\rho(\mathbf{r}, t)$ が $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ で与えられることになる。これが量子力学の基本的な枠組みである。

しかしながら、 $|\psi|^2$ で確率密度を表せるということは、量子力学誕生時から明らかだった訳ではない。それどころか、アインシュタインが終生このような解釈を受け入れなかったことは有名な話である。但し、現在では、この規則により多くの実験事実を矛盾なく理解できることはよく知られている。では、このような理論体系が整合性を持つために必要なことは何か。その一つは 確率の保存が保証されること だろう。

電磁気学には「電荷保存則」という法則がある。これは、「ある領域に存在する電気量（電荷密度）が増減するのは、その変化分が電流（電流密度）として流入・流出する場合に限られる」という明快な規則である。これに対し、確率という量はその意味がやや抽象的になるので、“確率の保存”と言われても理解し辛いかも知れない。しかし、例えば一つの箱の中に粒子が1個閉じ込められている場合、その内部の各点ごとの粒子発見確率は一定でなくとも、その箱全体に互る総和(=全確率)は、どれだけ時間が経過しようとも常に「1」でなければならない。これこそが確率保存である。そして、もしもこの全確率が訳もなく減少するならば、それは、粒子の消滅すなわちエネルギー保存則の破れという重大極まりない事象を意味する。

従って、ある量を確率密度と定義しても、それが非合理的に時間変動してしまうような量であれ

ば、そんな定義は無意味なものになる。ましてや、それが負になることなど到底受け入れられるものではない。もちろん、上述の通り、現行の量子力学体系の中では $\rho = |\psi|^2$ だから常に $\rho \geq 0$ であり、更に「この確率密度が時間的に増減するのは、その変化分が

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m} \left[\psi^*(\nabla \psi) - (\nabla \psi^*)\psi \right] \quad (3)$$

で定義される確率流（密度）として流入・流出する場合に限られる」という確率保存則

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(\mathbf{r}, t) + \text{div } \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (4)$$

も成立する。正に整合性が保たれている訳である。

3. クライン-ゴールドン方程式

量子力学を相対論化するための自然な第一歩として、量子化の規則 (2) を相対論におけるエネルギー・運動量の関係

$$E^2 = c^2 \mathbf{p}^2 + m^2 c^4$$

に適用してみよう。すると、直ちに

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\mathbf{r}, t) = c^2 \left[\Delta - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t) \quad (5)$$

という方程式が得られる。これは、クライン-ゴールドン方程式という名で知られている。何とも簡単な作業で「案ずるより産むが易し」という諺を思い出すが、しかし、“これで「相対論的量子力学」が誕生！”と単純に喜んでいいのだろうか？

そこで、この方程式を確率保存則の観点から眺めてみよう。まずは、量子力学に倣って確率密度 ρ を $|\psi|^2$ で定義し、その時間変化を考える。すると、この量を時間微分したときには当然のことながら $\partial \psi / \partial t$ (および、その複素共役) が現れるが、上記のクライン-ゴールドン方程式は時間の2階微分しか含んでいないためにその処理が出来ないという問題が生じる。

それなら、 ψ の2階微分だけが現れるような別の関係式を探し、それを確率保存則に結びつけることは出来ないだろうか。実は、 ρ を

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \frac{i\hbar}{2mc^2} \left[\psi^* \left(\frac{\partial}{\partial t} \psi \right) - \left(\frac{\partial}{\partial t} \psi^* \right) \psi \right]$$

と再定義してやれば、これは(3)式の \mathbf{j} と組み合わせられ(数式的には)確率保存の方程式(4)を満たす。しかし、この形だと $\rho < 0$ もあり得るので、確率密度との解釈が無理になる。従って、我々は「クライン-ゴルドン方程式の下では確率保存則が適切に定式化できない」と結論せざるを得ない。

4. ディラック方程式の発見

ディラックは、 ψ が満たす基本方程式として(クライン-ゴルドン方程式の他に)時間に関し1階微分しか含まないものも存在するはずと予想した。その場合、相対論と矛盾しないようにするなら「空間微分も1階に限られる」こと、更に「 $c\mathbf{p}$ と mc^2 はエネルギー次元を持つ」こと、を考えあわせると、 α_i ($i = x, y, z$) と β を未知定数として

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = [c\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{p}} + \beta mc^2] \psi(\mathbf{r}, t) \quad (6)$$

という形が候補となろう。但し、ここで $\alpha_{x,y,z}$ については $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$ とベクトルの形で表した。また、 $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z)$ は運動量演算子(= $-i\hbar\nabla$)、 $\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{p}}$ は両者の内積(= $\sum_i \alpha_i \hat{p}_i$)である。

それでは、 $c\hat{p}_{x,y,z}$ と mc^2 の定係数として入ってきた $\alpha_{x,y,z}$ と β は、どう決められるのだろうか。その鍵は クライン-ゴルドン方程式にある。すなわち、波動関数 ψ が相対論的な粒子運動を規定するのなら、それは当然クライン-ゴルドン方程式も満たさなければならない、ということである。そこで、方程式(6)の両辺を時間微分し、右辺に現れる $\partial\psi/\partial t$ に再び(6)を適用すれば

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\hbar^2} [c\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{p}} + \beta mc^2] \times [c\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{p}} + \beta mc^2] \psi(\mathbf{r}, t)$$

が得られる。 ψ がクライン-ゴルドン方程式にも従うのなら、この式は正にクライン-ゴルドン方程式(5)に一致しなければならない。

ところが、両式が一致するよう実際に $\boldsymbol{\alpha}$ と β

を決めようとする、我々は直ちに困った状況に陥る。クライン-ゴルドン方程式が含む空間微分の演算子はラプラシアン Δ だけなのに、上式の右辺を通常多項式のように展開すると、例えば $\hat{p}_x \hat{p}_y$ つまり $-\hbar^2 \partial^2/\partial x \partial y$ のような非対角的な微分演算子も残るのである。これでは、到底二つの式が同じものとは思えない。

しかし、ディラックは諦めなかった。彼は「 $\boldsymbol{\alpha}$ と β は(一定ではあるが)単なる数ではなく、

$$\begin{aligned} \alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i &= 2\delta_{ij}, \\ \alpha_i \beta + \beta \alpha_i &= 0, \quad \beta^2 = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

($i, j = x, y, z$) という性質を持つ量」と考えた。確かに、そう仮定すれば二つの方程式は一致する。だが、こんな仮定は許されるのか? これに対する彼の答えは「 α_i も β も行列(厳密には“エルミート行列”)であり、それに対応し波動関数も

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \psi_1(\mathbf{r}, t) \\ \psi_2(\mathbf{r}, t) \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (8)$$

のように複数の成分 $\psi_{1,2,\dots}$ から成る量となる」というものだった。実際、 α_i と β が行列で表される量なら、それらの掛け算において(一般には)順序交換は許されないし、上記の関係も成り立ち得る。こうして決定される α_i と β を取り入れた(6)式が ディラック方程式である。

では、早速この新しい方程式は確率保存の問題を解決してくれるのか調べてみよう。確率密度 ρ は、1成分波動関数の場合には $|\psi|^2$ で与えられたので、その複数成分波動関数への合理的な拡張は

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \psi^\dagger(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (9)$$

(= $\sum_i |\psi_i|^2$) だろう。これを時間微分し、その中の $\partial\psi/\partial t$ と $\partial\psi^\dagger/\partial t$ に(6)とそのエルミート共役を代入する。すると、その結果は、確率流密度を

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = c\psi^\dagger(\mathbf{r}, t) \boldsymbol{\alpha} \psi(\mathbf{r}, t) \quad (10)$$

と定義することで、確率保存を表す(4)式に帰着することが確認できる。従って、少なくとも形の上では、確率保存則が成立することになる。

5. ディラック方程式の予言 1 : スピン

このように登場したディラック方程式は、シュレディンガー方程式とは外見が異なるだけでなく、複素成分を持つ波動関数を記述するという点で中身も全く異なっている。では、例えば電子 1 個の運動を調べるのに何故複素成分 (自由度) が必要になるのだろうか。一つの手掛かりは、 α_i と β が満たす関係 (7) にある。量子力学を一通り学んだ読者なら、その中で同じような関係式に従う量に出会っただろう。電子スピンを表現するために導入されたパウリ行列 σ_i である。

すると、この自由度は、スピんに対応するのだろうか。上記のように、電子がスピンを持つこと自体は量子力学の枠内にも取り入れられていた。しかし、それは、シュレディンガー方程式で定まる電子の波動関数にスピン波動関数を“手で”掛けるという操作で導入されたものである。それに対して、新しい自由度が電子スピンを表すものなら、ディラック方程式は、方程式自身が「電子は (大きさが $\hbar/2$ の) スピンを持つべし」と要求していることになる。

果たして、ディラック方程式に従う波動関数は実際にスピン固有値 $= \pm\hbar/2$ に対応する 2 成分の量で、それに伴って α_i および β はパウリ行列もしくはそれに類似の (2, 2) 型行列で与えられるのだろうか。この予想は実に面白いが「外れ」である。未知係数 (行列) が α_i だけなら $\alpha_i = \sigma_i$ と置くことも可能であるが、そこへもう一つ β を加えようとしても条件 (7) 全部を満たす解は存在しないという結果になる。つまり、 $\alpha_i (= \sigma_i)$ 全てと反交換する (2, 2) 型行列を探しても解は零行列しなく、そのため $\beta^2 = 1$ が満たせないのである。

とは言うものの、実は「大外れ」ということではない。電子の質量を無視する近似が許されるなら方程式の中から β の項が消えてしまい、その結果、 $\alpha_i = \sigma_i$ と置くことが可能になる。方程式がパウリ行列で表現できるのである。従って、ディラック方程式は、はじめから電子スピンを記述するための自由度を内包していた、つまりは電子スピ

ンの存在を予言していた、と理解していいだろう。

6. ディラック方程式の予言 2 : 反粒子

高エネルギー素粒子反応の様々な計算においては、電子の質量を無視することも珍しいことではない。しかし、それはあくまで近似であり、厳密な議論においては β 項も復活する。そして、その場合には、波動関数を 2 成分に留めることは出来なくなる。詳しい分析は参考文献に譲るが、ディラックが最終的に到達した結論は、「 α_i と β は

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (11)$$

のように (4, 4) 型行列で表され、それに伴い波動関数も 4 成分になる」というものだった。^{*1)} この結果、我々は、スピンの 2 自由度に加え、更に正体不明 (?) の二つの自由度に遭遇することとなった。一体、これは何を描写するのだろうか。

これを明らかにするには、ここまで触れてこなかった「クライン-ゴルドン方程式の抱えるもう一つの困難」から話を始める必要がある。量子力学において、運動量 \mathbf{p} およびエネルギー E の自由粒子を記述する波動は

$$\psi(\mathbf{r}, t) = A e^{i(\mathbf{p}\mathbf{r} - Et)/\hbar} \quad (12)$$

という「平面波」である (A は規格化の定数)。これがシュレディンガー方程式 (1) を満たすという条件から、 E と \mathbf{p} の間には $E = \mathbf{p}^2/(2m)$ という関係が求められる。同様に、クライン-ゴルドン方程式に従う平面波について考えれば

$$E = \pm\sqrt{c^2\mathbf{p}^2 + m^2c^4} \quad (13)$$

であり、両方の符号に対応して二つの独立な解が存在することになる。これが「微分方程式を解く」という純粋な数学の問題なら、以上で答えが見つかり“任務完了”になるのだが、しかし、(13) に

*1) I と O は、それぞれ (2, 2) 型の単位行列と零行列。また、これとは見掛けが異なる別の形も存在するが、その差は表面的なものであり、物理的な計算結果には一切影響しない。

は物理的観点からは理解不能な内容が含まれている。つまり、マイナス符号（負のエネルギー）の解は、「 $|p|$ 」が大きければ大きいほど E は小さくなる」という異常な状態を表すのである。

このような準位には下限（基底状態）も存在し得ない。だから、電子はエネルギーを放出しつつ $E \rightarrow -\infty$ という“奈落の底”へ遷移し続けることになるだろうが、そんな不安定な電子など観測されたことはないし、理論的にも受け入れがたい。さりとて、数学的には両符号の解が揃って初めて一般解が構成されるため、物理的に無意味と言って勝手に負符号解を捨てる訳にもいかない。これは負エネルギー解の問題として知られている。

同じ難題はディラック方程式にも現れる。この場合、波動関数が4成分になるため平面波の形は(12)とは少し異なるが、類似の計算の結果、やはり(13)の関係が出てきてしまうのである。この困難に対し、またしてもディラックは奇想天外な解決策を提案した。それは、「何も存在しないはずの真空状態でも、その負エネルギー準位は全て電子で埋め尽くされている」という仮説である。電子がフェルミ-ディラック統計に従う粒子で同一状態に2個以上は入れないことは知られていたのだから、これを認めれば、正エネルギーの電子が負エネルギー状態に遷移することは不可能になる。

これが単なる机上の空論ではなく科学的な主張になるためには、実験・観測を通じた検証が不可欠だが、そこでは「水中の気泡」が大きなヒントになる。気泡は、もちろん「本物の粒子」ではない。しかし、それは我々の目には「粒子」のように見える。同様に、全てが電子で占有された負エネルギー状態から一つの電子が（外部よりエネルギーを得て）正エネルギー状態に遷移した場合、空席になった状態（空孔）は、負エネルギー電子の海の中で「粒子」のように振る舞うのではないか。これは、いわば電子の影武者のような粒子と想像されるが、電荷の符号だけは逆でなければならない。何故なら、我々は“負エネルギーの全準位だけに電子が存在する状態”を“電氣的に中性な「真空」と認識することになるので、そこで

電子が1個不足したなら、その空孔の電荷はプラスに見えるはずだからである。従って、この世界には、正常な(?)電子に加え、その相棒として“電子似の(但し、正電荷の)粒子”も存在することになる。これは検証可能な予言である。

しかも、この相棒粒子は、陽子など既存の正電荷粒子とは異なり、電子と共に対生成や対消滅という新しいタイプの反応も引き起こす。つまり、上で述べたように負エネルギー状態の電子が正エネルギー状態に遷移すれば、我々は「電子と新粒子が同時に生まれた(対生成)」と判断するだろうし、逆に、正エネルギー状態の電子が空孔に落ち込むと、我々の目には「二つの粒子が一瞬で消えた(対消滅)」ように映るという訳である。この新粒子は、その後実際に宇宙線観測において発見され陽電子と名付けられた。更に、このような粒子の存在は(電子に特有のことではなく)全ての粒子に共通するものであることも徐々に明らかになり、反粒子と総称されるようになった。^{*2)}

以上のように、ディラックは、その天才的発想に基づいて反粒子の存在という大予言まで生み出した。それでは、この反粒子の存在と本節第1段落での問いかけは何らかの関係があるのだろうか。そう、もう読者諸君も見当がついているかも知れない。ここまで謎だった2自由度は陽電子の記述に使われる。ディラック方程式は、スピンのみならず、当時の人々が未だ知らなかった反粒子の枠組みまでも準備してしてくれたのである。

7. ディラック方程式は相対論的か?

ここまで述べたような筋道で、相対論と矛盾しないように構成されたかに思われるディラック方程式だが、実は、話は未だ完結してはいない。ディラック方程式が真に相対論的な方程式と宣言できるためには、ある慣性座標系での表現

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = [c\boldsymbol{\alpha}\hat{p} + \beta mc^2] \psi(\mathbf{r}, t)$$

*2) 電荷を持たない粒子の中には、その反粒子が自分自身に一致するものも存在する。代表例は光子で、そのような粒子は真正中性粒子と呼ばれる。

と別の慣性座標系での表現

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t'} \psi'(\mathbf{r}', t') = [c\alpha \hat{\mathbf{p}}' + \beta mc^2] \psi'(\mathbf{r}', t')$$

が同値ということを示す必要がある。この際、両慣性系を結ぶのは勿論ローレンツ変換である。

我々はこの変換の下での t と $\hat{\mathbf{p}} (= -i\hbar\nabla)$ の振る舞いを知っているので、この命題の確認は簡単と思えるかも知れない。しかし、ここで ψ が関門となる。この関数と我々は初対面であり、その変換性についても何ら情報が無い。目に見える量が対象なら直感的に手掛かりも得られようが、これはマイクロ世界の波動、しかも一般には複素数なので、そんな素朴なアプローチは不可能である。

このような場合、我々がなすべきことは、論理的な整合性を保ちつつ $\psi'(\mathbf{r}', t')$ と $\psi(\mathbf{r}, t)$ を関係付けられるかどうか、より具体的には、

$$\psi'(\mathbf{r}', t') = S \psi(\mathbf{r}, t) \quad (14)$$

を満たし両慣性系での方程式とも共存できる変換行列 S が存在するかどうか調べることである。そして、もしも如何なる方法でも S が見つからない(定義できない)のであれば、我々は「ディラック方程式は、実際には相対論的な方程式ではなかった」と結論しなければならない。しかし、幸いにも解は存在した。具体的な結果は参考文献に譲るが、 α_i と β 、およびローレンツ変換のパラメータを組み合わせて S を構成することが出来るのである。この結果、 $\psi(\mathbf{r}, t)$ は、(スカラーでもベクトルでもテンソルでもなく) **スピノル**と呼ばれる**新しい変換性を持つ量**として数学的にも認知され、相対論的な量子力学の重要な構成要素となった。

8. おわりに

このように、電子スピンだけでなく反粒子の存在まで予言して「量子論・相対論の結合」の主役となったディラック方程式だが、ディラックの仮説に従うなら、我々は、陽電子1個だけを扱う場合でも背後に存在するはずの無数の(負エネルギー)電子を同時に考慮しなければならないことになる。

このような多体問題の記述は量子力学においても不可能ではないが、そこでは個々の粒子の波動関数の積が必要となり、結果として計算は複雑で面倒なものになってしまう。これが更に相対論的世界の素粒子現象となると、粒子と反粒子が衝突して光子になったり逆に高エネルギー粒子が別の粒子・反粒子の対を生むような反応も頻繁に起こるため、上記の枠組みはお世辞にも便利な形式とは言いがたい。では、実際の研究現場では、どのように様々な現象を解析しているのだろうか。

これに対する解答は相対論的場の量子論である。^{2,3)} この“上級の体系”においては、どの粒子に対しても波動関数自身が量子力学的に取り扱われる(この手続きを場の量子化と呼ぶ)。大変面白いことに、この操作によって波動関数は(任意個数の)粒子集団も扱える演算子になり、これが多粒子系の明確な記述を可能にしてくれるのである。もちろん、ディラック方程式も、その体系の中でスピン $\hbar/2$ の粒子(および反粒子)を表すという重要な役割を担っている。

さて、最後になるが、本稿では脇役のように見えていたかも知れないクライン-ゴルドン方程式についても補足しておこう。ここまでの説明から、もしかすると「全ての相対論的な波動関数はディラック方程式に従う」と誤解されたかも知れないが、実は、クライン-ゴルドン方程式だけを満たす1成分の波動関数も存在する。言うまでもなく、それは、量子力学の枠内では確率保存則問題に直面してしまうが、場の量子論という体系に進めばスピン0の粒子(スカラー粒子)を記述する波動関数(演算子)として復権を果たす。2012年、その発見が各紙の一面を大々的に飾った**ヒッグス粒子**、これもそのようなスカラー粒子の仲間である。

参考文献

- 1) 川村嘉春、『相対論的量子力学』裳華房(2012)、日笠健一、『ディラック方程式』サイエンス社(2014)。
- 2) 日置善郎、『相対論的量子場』吉岡書店(2008)。
- 3) 場の量子論の発展を解説した文献としては、例えば、吉田伸夫、『光の場、電子の海』新潮社(2008)。

(ひおき・ぜんろう、徳島大学大学院理工学研究部)